

# 應用貝氏模型平均法整合 ENSO 海溫統計預報模型

陳翠玲 朱寶信 陳孟詩

September 26, 2016

- 1 綜合預報 (Consolidation Forecast) 方法
- 2 貝氏模式平均法 (Bayesian Model Average)
- 3 模擬資料實驗
- 4 實際 ENSO 預報模式資料實驗
- 5 BMA 方法應用與改善

綜合預報是一個決定預報品質與數值的過程。結合兩個或更多的預報模式，並且在彼此互相獨立的預報模式裡，理論上可以產生較單一模式輸出高於平均的預報結果 (Leith, 1974)，因此有機會得到更客觀結合資訊的方法。本計畫使用

- 貝氏模型平均法 (Bayesian Model Average)
- 相同權重系集 (Equally weighted ensemble, EW)

在此引入貝氏方法來帶進機率預報模式，並與相對簡易的相同權重系集比較。

- 1 綜合預報 (Consolidation Forecast) 方法
- 2 貝氏模式平均法 (Bayesian Model Average)
- 3 模擬資料實驗
- 4 實際 ENSO 預報模式資料實驗
- 5 BMA 方法應用與改善

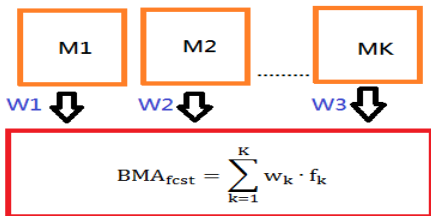
## BMA 方法的特性

- 為機率預報方法之一
- 考慮單一模式預報值過於冒險，然而多模式下的預報需要機制來決定
- 傳統的方法會導致對模式詮釋與決定會有過度信心的問題
- BMA 則將模式不確定性納入考量
- BMA 使用條件機率密度函數 (pdf) 來權重不同的預報模型
- 已經在各不同的預報上被應用：溫度、雨量、風速、風向、海平面氣壓等 (Raftery et al, 2005、Liu and Xie, 2014、Sloughter et al, 2007)。

## BMA 方法 $p(y) = \sum_{k=1}^K p(y|M_k) \cdot p(M_k|y^T) \quad (k = 1, \dots, K)$

- 假設常態分布， $y$  是預報值， $y^T$  則是歷史觀測資料，
- $w_k = \sum_{k=1}^K p(M_k|y^T) = 1$
- 命  $f_k$  為模式  $M_k$  預報值
- $BMA_{fcst}$  即  $p(y|f_1, \dots, f_K) = \sum_{k=1}^K w_k \cdot g_k(y|f_k)$
- 假設  $y|f_k \sim N(a_k + b_k \cdot f_k, \sigma^2)$

目標 -- 估計  $a_k$ 、 $b_k$ 、 $w_k$  與  $\sigma^2$



- 平均所有的模式可以提供更好的預報品質 (Madigan and Raftery, 1994)
- $K$  很大時， $p(y)$  迭代計算增加
- $p(y)$  的 MLE 參數計算困難
- 先驗機率  $p(M_k)$  計算困難

BMA 估計參數  $(a_k, b_k, \sigma^2, w_k)$   $k = 1, \dots, K$  $a_k, b_k$ 利用回歸  $y \approx a_k + b_k \cdot f_k$  取得 $w_k, \sigma^2$  $p(y|f_1, \dots, f_K)$  的 MLE

$$\ell(w_1, \dots, w_k, \sigma^2) = \sum_{t=1}^T \log \left( \sum_{k=1}^K w_k \cdot g_k(y_t | f_{kt}) \right)$$

E 階段

給定  $z_{kt} = 0$  or  $1$ , 在  $j$  loop 中

$$\hat{z}_{kt}^{(j)} = \frac{w_k \cdot g_k(y_t | f_{kt}, \sigma^{(j-1)})}{\sum_{i=1}^K w_i \cdot g_i(y_t | f_{it}, \sigma^{(j-1)})}$$

其中,  $g_k(y_t | f_{kt}, \sigma^{(j-1)})$  為  $y_t$  的常態分布 PDF, 並接續 M 階段

M 階段

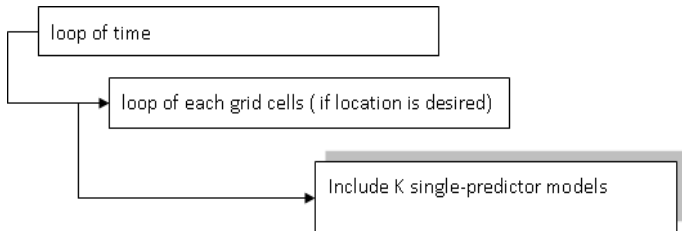
自 E 階段的  $\hat{z}_{kt}^{(j)}$  來估計下列參數

$$w_k^{(j)} = \frac{1}{n} \cdot \sum_t \hat{z}_{kt}^{(j)}$$

$$\sigma^{2(j)} = \frac{1}{n} \sum_t \sum_{k=1}^K \hat{z}_{kt}^{(j)} (y_t - f_{kt})^2$$

最後,  $|\ell^{(j)} - \ell^{(j-1)}| < \epsilon$  取得的  $w_k^{(j)}$ 、 $\sigma^{2(j)}$  為 BMA 的  $w_k$ 、 $\sigma^2$  估計值

## BMA 方法應用流程



### 關於時間索引 $t$ 、模式索引 $k$

- $f_{kt}$ : 時間  $t$ , 系集的第  $k$  個模式預報值
- $y_t$ : Nino Index 在時間  $t$  的觀測值
- 最佳預報的變異量為  $\sigma^2$

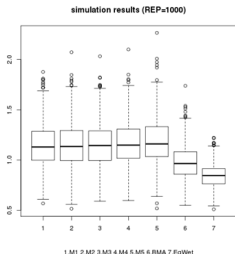
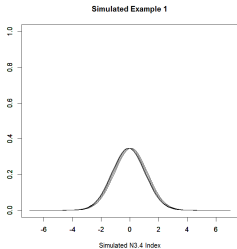


- 1 綜合預報（Consolidation Forecast）方法
- 2 貝氏模式平均法（Bayesian Model Average）
- 3 模擬資料實驗**
- 4 實際 ENSO 預報模式資料實驗
- 5 BMA 方法應用與改善

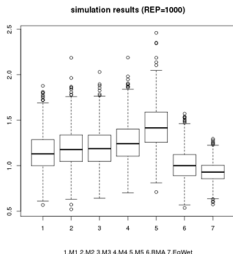
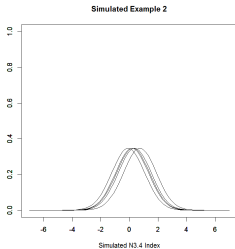
## 模擬實驗

- 在進行實際的系集 ENSO 預報實驗前，進行模擬資料實驗，來驗證方法的實用程度與模擬後的參考性。
- 假設海溫指標為常態分布，因此模擬的資料都以常態分布的隨機機制生成資料，並特別擷取海溫指標 N3.4 為母體。
- 共進行 5 組人工生成資料，每次實驗都進行 1000 次重複模擬，來比較使用模擬資料的預報結果與觀測值的  $MAE_i = |y_{obs} - f_{pi}|$
- 比較不同模式與 BMA 方法、EW 方法之間的結果。

## 第 1 組

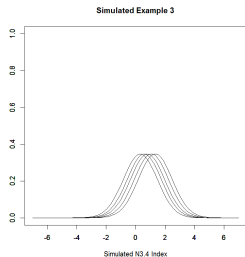


## 第 2 組



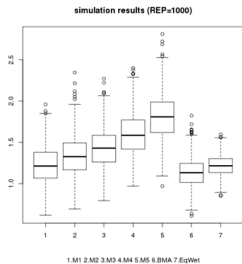
- 限制均值偏估量與相同的變異量
- 第 2 組較第 1 組的均值偏估較大
- BMA 方法與 EW 方法比較上，EW 較好
- BMA 皆顯示可以在 5 組模式中得到較佳的結果
- 當均值偏估拉大，BMA 與 EW 方法的 MAE 測量會較為接近

## 第 3 組



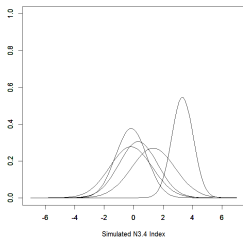
	M1	M2	M3	M4	M5	BMA	EW
1st	1.148	1.145	1.154	1.166	1.185	0.976	0.842
2nd	1.148	1.196	1.199	1.254	1.426	1.009	0.932
3rd	1.230	1.336	1.431	1.600	1.810	1.137	1.220

- 第 3 組的變異量與第 1、2 組相同，增加模式均值偏估量
- 表中顯示增加均值偏估量，BMA 方法逐漸改善 MAE 均值
- 在第 3 組模擬中，BMA 方法逐漸較佳於 EW 方法

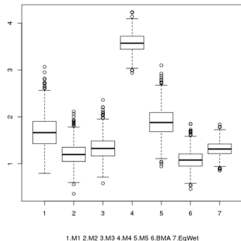


## 第 4 組

Simulated Example 4



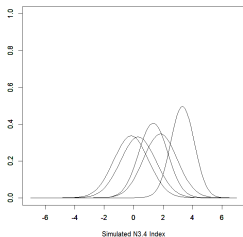
simulation results (REP=100)



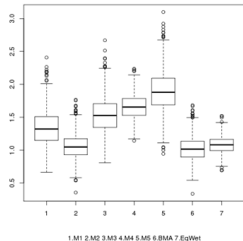
1.M1 2.M2 3.M3 4.M4 5.M5 6.BMA 7.EqWet

## 第 5 組

Simulated Example 5



simulation results (REP=100)



1.M1 2.M2 3.M3 4.M4 5.M5 6.BMA 7.EqWet

- 第 4 組、第 5 組在每組模式增加均值偏估以及變異量，另外每組模式變異量也相異
- 實驗結果 BMA 得到較小的相對平均誤差；MAE 分布 BMA 方法也較 EW 偏小。
- 眾多模式以及模式彼此間都有相當差異，BMA 方法的優勢能被凸顯。
- EW 方法也應為綜合預報下的參考指標
- 下表為 1000 次模擬實驗的 MAE 均值

	M1	M2	M3	M4
4th	1.67	1.21	1.34	3.57
5th	1.33	1.06	1.53	1.66

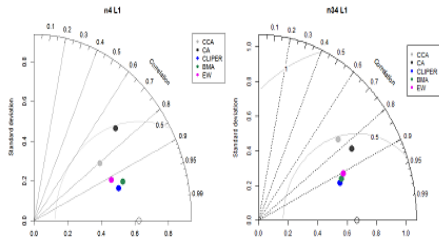
  

	M5	BMA	EW
4th	1.9	1.09	1.32
5th	1.9	1.02	1.08

- 1 綜合預報（Consolidation Forecast）方法
- 2 貝氏模式平均法（Bayesian Model Average）
- 3 模擬資料實驗
- 4 實際 ENSO 預報模式資料實驗
- 5 BMA 方法應用與改善

## 統計 ENSO 預報資料系集綜合預報實驗

- 綜合預報模式 -- 貝氏模型平均法 (BMA) 與系集平均  
 權重 (EW)
- 時間範疇：2007/12 2014/12
- ENSO 統計預報模式：CCA、CA 與 CLIPER
- Lead Time = 1、2、3、4。每一個 Lead Time 間隔為 3  
 個月
- 歷史觀測資料回溯 50 年



MAE	CCA	CA	CLIPER	BMA	EW
N4	.32	.32	.16	.18	.22
N3.4	.41	.29	.21	.23	.25

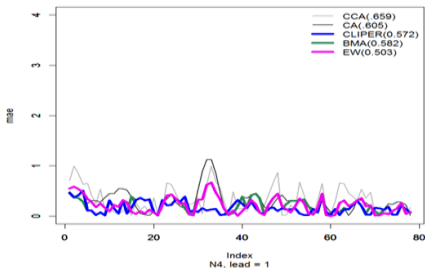
  

CORR	CCA	CA	CLIPER	BMA	EW
N4	.81	.72	.95	.94	.91
N3.4	.76	.84	.83	.92	.90

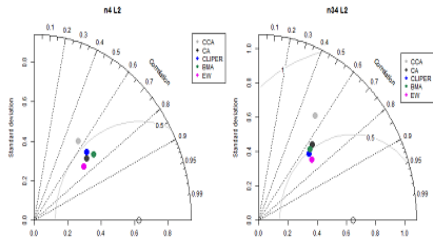
RMSE	CCA	CA	CLIPER	BMA	EW
N4	.41	.50	.20	.22	.28
N3.4	.80	.43	.26	.28	.30

MAE of Ensemble -- ALL



- 數據上來看，CLIPER 在所有的模式中較優，其次 BMA 方法，再來 EW 方法
- 從泰勒圖上來看，CLIPER、BMA 方法與 EW 方法表現相當接近





MAE	CCA	CA	CLIPER	BMA	EW
N4	.41	.34	.36	.32	.33
N3.4	.53	.41	.39	.38	.36

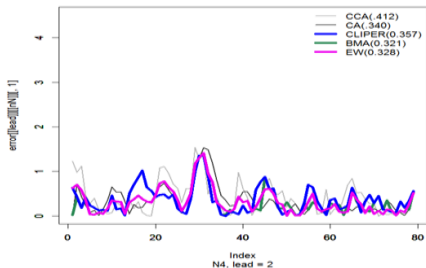
  

CORR	CCA	CA	CLIPER	BMA	EW
N4	.55	.70	.67	.73	.73
N3.4	.53	.64	.66	.64	.72

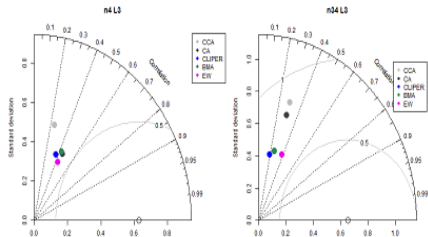
  

RMSE	CCA	CA	CLIPER	BMA	EW
N4	.55	.46	.47	.43	.44
N3.4	.67	.64	.51	.54	.47

MAE of Ensemble -- ALL



- 前置時間 = 2 除了 CCA 外，其餘方法表現接近
- 在海溫指標 N3.4 裡，EW 方法是所有模式中表現較優的

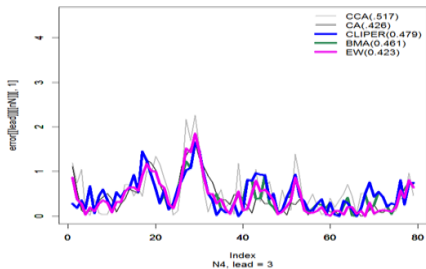


MAE	CCA	CA	CLIPER	BMA	EW
N4	.52	.43	.48	.46	.42
N3.4	.65	.51	.55	.54	.48

CORR	CCA	CA	CLIPER	BMA	EW
N4	.24	.44	.36	.42	.42
N3.4	.30	.30	.19	.25	.38

RMSE	CCA	CA	CLIPER	BMA	EW
N4	.70	.58	.60	.58	.57
N3.4	.85	.80	.71	.69	.64

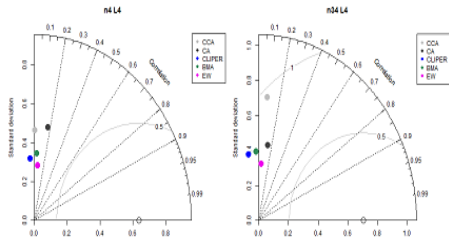
MAE of Ensemble -- ALL



- MAE 各模式之間，除了 CCA 外，差異不大；最小的為 CA 與 EW 方法

- CORR、RMSE 則是不同的海溫指標，各模式間就有不同的差異；另外，N3.4 中 EW 的表現較 BMA 好

- 大致上，BMA、EW、CLIPER 的預報能力接近



MAE	CCA	CA	CLIPER	BMA	EW
N4	.64	.53	.60	.56	.54
N3.4	.72	.57	.68	.63	.58

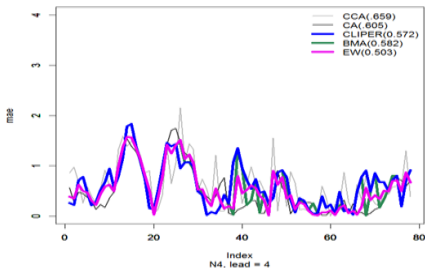
  

CORR	CCA	CA	CLIPER	BMA	EW
N4	.003	.17	-.1	.04	.07
N3.4	.08	.13	-.2	-.05	.05

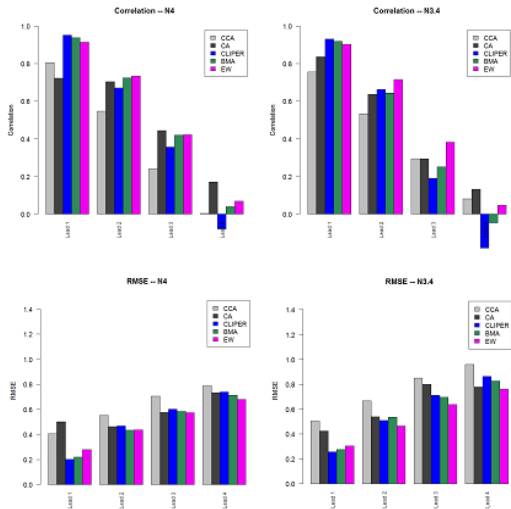
RMSE	CCA	CA	CLIPER	BMA	EW
N4	.79	.73	.74	.71	.68
N3.4	.96	.78	.86	.83	.76

MAE of Ensemble -- ALL



- 參考 MAE 各模式差異不大，綜合預報提供的資訊有限
- 泰勒圖顯示 EW 方法表現較好，但差異不大
- 與模擬實驗的結果比較 BMA 與 EW 表現差異頗大，可能是資料長度不足，以及各模式之間差異性不大所致

- 1 綜合預報（Consolidation Forecast）方法
- 2 貝氏模式平均法（Bayesian Model Average）
- 3 模擬資料實驗
- 4 實際 ENSO 預報模式資料實驗
- 5 BMA 方法應用與改善



## 相關係數

- 前置時間拉長後，CLIPER 的相關係數會到達負值
- 海溫指標 N3.4，EM 方法在前置時間拉長後較 BMA 方法好

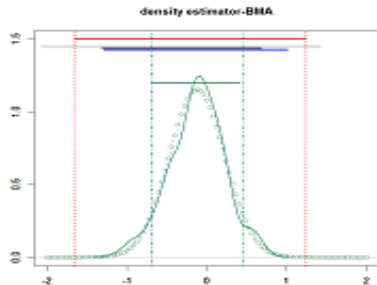
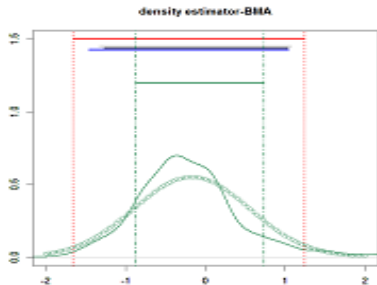
## RMSE

- 海溫指標 N4，CLIPER、BMA 與 EW 的差異不大
- 海溫指標 N3.4，EW 方法較其它模式佳

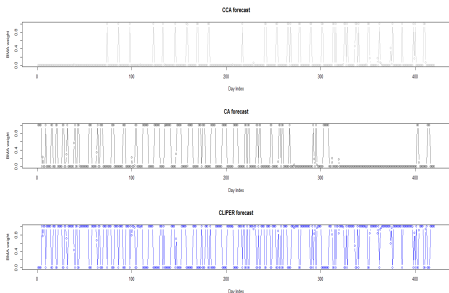
時間取樣長度短是原因，無法增加實驗變異

性。(CLIPER 在 2007 年之後預報值相關係數較 1980 年之後低，特別是 LT=4)

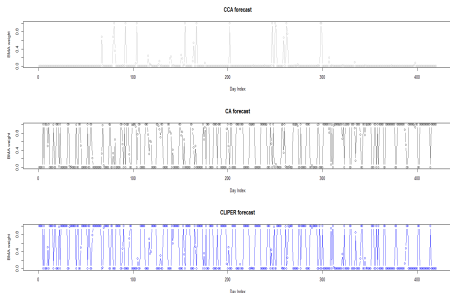
回顧 BMA 方法  $p(y|f_1, \dots, f_k) = \sum_{k=1}^K w_k \cdot g_k(y|f_k)$ 。估計的 BMA 方法預報值 pdf，參考 LeadTime=1 與 3。前置時間拉長後，與觀測值的線性關聯性變差，以至於預報直無法涵蓋兩極端觀測值範圍。這也是前置時間拉長後，EW 方法與 BMA 方法差距拉近。



因此，當每一個模式的預報能力都下降後，讓一個從各個模式的表現來推論的機率密度函數來決定權重的 BMA 方法就無法保證預報的品質。



Lead Time = 1, 預報的海溫指標 N4 的 BMA 權重



Lead Time = 2, 預報的海溫指標 N4 的 BMA 權重

- BMA 方法的優勢在時間索引下，跟著表現最好的模式給予最多的權重
- EM 方法雖仍具參考價值，在模擬實驗下 BMA 表現最好在多模式涵蓋更多觀測值可能的區間條件下，BMA 才有可能突顯其優點

## 模擬實驗

- 機率預報模式可以量化各模式的不確定性
- 更多種預報模式下，可涵蓋的觀察值分布越多，BMA 方法可以更優化綜合預報結果
- EW 方法也是一個具有相當參考指標的綜合預報

## 本計畫的 BMA

- 適用於常態分布的變數，溫度預報可以應用
- 不同的變數，例如雨量，使用 BMA 方法需要不同的機率密度分布函數，然而不同的機率 PDF，會有不同的參數，估計參數的方法也會不同