

海平面觀測資料之自動檢校與初步分析

楊智傑¹ 曾于恆² 余文彥³ 陳進益⁴

¹國立台灣大學水工試驗所

²美國國家大氣科學研究中心

³中央研究院環境變遷研究中心

⁴中央氣象局中心

摘 要

台灣四面環海，海岸線全長約 1139 公里，諸多海岸地區呈現高度開發，居民生活與海洋密切相關。近年來，全球暖化的衝擊使得海平面上升之議題備受關注。長期潮位觀測資料為分析研究海平面變化的主要依據。然而，潮位觀測結果容易受到風災、地殼變動、地層下陷、儀器問題(如：故障、更換儀器、變更設置地點)、或人為因素(廠商維護)等影響，產生中斷且基準面偏移的現象。因此，大量的潮位觀測資料之準確性檢驗及分析，實為掌握台灣當前海平面變遷趨勢之重要前置工作。本研究之目的為開發海平面資料自動檢校系統，修正資料中之異常偏移，使潮位資料可用於長期統計分析。檢校系統具有(1)海平面資料自動檢核模組：自動檢核挑錯，記錄需要修正的時段；及(2)海平面資料自動校正模組：以不同的方法計算水準面調整差值。在檢核部分，主要結合搭配時間上不連續及基準面異常變化之二準則，採用移動平均分析資料變化，檢驗變化是否處於異常條件，以有效判定出需要修正的時段。在校正的部分，單一測站以相鄰時段之平均差值進行修正；若有參考站亦可進行比較。平均海水面的估算部分則可採用算數平均或較準確的調和分析。海平面資料檢校系統經驗證後，將應用於高雄與基隆潮位觀測站。並初步分析台灣海平面變遷。

關鍵字：基準面、異常偏移、檢核、校正、海平面變遷。

一、前言

海平面資料自動檢校系統之發展對海平面趨勢變化之分析相當重要。近年來，在全球暖化的威脅與衝擊下，海平面上升的議題備受關注。台灣四面環海，海岸線全長約 1139 公里，居民生活與海洋密切相關。因地狹人稠，土地資源不足，諸多海岸地區呈現高度之開發，故海平面資料準確性的檢驗及分析，進一步確切地掌握台灣當前海平面變遷趨勢已是刻不容緩之工作。

長期潮位觀測資料為研究分析海平面變化主要之依據(Tseng et al., 2010)。然而，潮位站之觀測結果易受到風災、地殼變動、地層下陷、儀器問題(如：故障、更換儀器、變更設置地點)、或人為因素(廠商維護)等影響，記錄常有中斷且水準面(基準點)偏移的現象。資料量龐大之觀測潮位資料進行分析前，必須經過嚴謹的檢驗，特別是改善潮位記錄資料中斷後由人為因素引起之異常偏移。資料的偏移若由地殼變動因素(如：地震)所引起，則予加註以供未來進行地層變化相關之研究。

海平面資料品質控制檢驗包含(1)搜尋異常資料(即檢核)，及(2)應用學理方法修正(即校正)。依上述目標，在檢核部分，可採用的判斷準則包含：時間上不連續以及基準面異常變化。前者需要注意到長時間中斷，較可能發生人為因素造成基準面偏移，但

也可能保持不變；短時間中斷可能是通訊中斷，基準面不變，但亦可能發生基準面偏移。中斷事件繁多(基隆站 69 年的資料中，有 843 筆中斷事件)，基準面偏移不一定發生。偏基準面亦有可能由地震引起，需進一步分析。後者可由觀測潮位資料之非天文潮或本身變化來判斷。非天文潮係原始海面減去天文潮所殘餘之訊號(Pawlowicz et al., 2002)，應在平均水平面正負間變化，若具明顯上升或下降趨勢即代表基準面發生偏移。另外，原始潮位觀測資料之移動平均應為緩慢變化(Emery and Thomson, 2004; Tseng et al., 2010)，若有驟升或驟降時則代表基準面偏移的發生。相較於非天文潮，移動平均之分析計算效率，更適用於檢核。然而，此準則搜尋出異常變化後，必須研擬如何判定需要修正的時段。故如何搭配、結合此二準則，提出有效檢核方式，仍有待研究。在校正的部分，對單一測站可以相鄰時段之平均差值進行修正；若有參考站亦可進行比較修正。平均海水面的估算部分則可採用算數平均或是由調和分析後所得之平均(Pawlowicz et al., 2002)。與算數平均相比，調和分析法可得較準確的結果。為達到有效、正確的分析，記錄時間長度，分潮個數及調和常數也必須審慎研究。

本研究之目的為開發海平面資料自動檢校系統，修正資料中異常偏移的水準面，使得潮位資料可用於長期統計分析。檢校系統具有(1)海平面資料

自動檢核模組：自動檢核挑錯，記錄需要修正的時段；以及(2)海平面資料自動校正模組：以不同的方法計算水準面調整差值。海平面資料檢核系統經驗證後，將應用於高雄潮位觀測站。並初步分析台灣海平面變遷。以下各章節依序分別為觀測資料蒐集、理論方法概述及驗證、檢核系統應用及討論與結論。

二、觀測資料

本研究蒐集之資料，其來源為氣象局海象中心之潮位資料庫，全台重要潮位觀測站之概述列於表 1。本文中，基隆與高雄潮位站資料之特性概述如下：

基隆站：潮位資料自 1946 年 5 月 1 日起迄今，記錄長達 69 年。分別由 5 個潮位觀測站紀錄：測站編號 1212(中央氣象局提供)、測站編號 1511(基隆港務局提供)、測站編號：151(基隆港務局提供)、測站編號：1513(基隆港務局提供)、以及測站編號 1516(中央氣象局提供)。其資料缺失長度 2510 日，資料缺失率(缺失長度/總記錄長度)約為 12%。

高雄站：潮位資料自 1947 年 5 月 16 日起迄今，記錄長達 68 年。分別由三個潮位觀測站紀錄：測站編號 1482(中央氣象局提供)、測站編號 148(高雄港務局提供)、以及測站編號 1486(內政部提供)。其資料缺失長度 4412 日，資料缺失率約為 19%。

表 1、全台重要潮位觀測站基本資料

潮位站代號	潮位站名稱	經度	緯度	起始時間	資料缺漏(至2013年8月)
1516	基隆	121°45'08"E	25°09'18"N	1946/05/01	11.7%
112	新竹	120°55'14"E	24°50'55"N	1992/05/27	3.9%
1176	將軍	120°04'59"E	23°12'45"N	2002/01/01	8.5%
1246	蘇澳	121°52'01"E	24°35'33"N	1981/01/01	12.9%
1256	花蓮	121°37'25"E	23°58'50"N	1950/06/01	20.2%
1356	澎湖	119°34'37"E	23°33'37"N	1954/10/01	8.1%
1366	塭港	120°07'21"E	23°28'00"N	1963/02/01	22.8%
1436	台中港	120°31'59"E	24°17'16"N	1971/03/01	16.3%
1486	高雄	120°17'18"E	22°36'52"N	1947/05/16	18.9%

各潮位站的資料中包含許多儀器故障、儀器更換、廠商維護、及設置地點變更等因素造成的記錄中斷、基準面偏移事件。以設置地點變更為例，高雄測站於西元 2005 年前，測站位置於 22°36'59"N 120°16'49"E；西元 2005 年後，測站位置遷至 22°36'52"N 120°17'18"E。此類基準面偏移事件，可由測站歷史遷移記錄得知，但往往可能缺乏良好、充分的基準面資訊以供校正。至於儀器、人為或其他因素所造成之基準偏移，要在大量的潮位資料中進行人工搜尋、判斷及調整則更為不易。故基準面未均一化之原始潮位資料亟需發展自動化之海平面資料檢核系統加以處理。

三、海平面資料自動檢核校正系統

本研究為迅速、有效率且準確地檢驗潮位基準面的異常偏移，依據上述時間中斷與異常偏移兩種準則提出以下之方法，包含四個步驟，(1)、潮位資料進行移動平均(τ_1 - τ_3 、 τ_2 - τ_4 、 τ_3 - τ_5 、...)，搜尋不合理變化(超過判斷值)，(2)、在重疊時段內(τ_2 - τ_3)，假設最長中斷事件(t_2 - t_3)發生基準面偏移，進一步取其前後一或兩年(t_1 、 t_4)以計算基準面修正量。(3)、修正基準面偏移(自檢核之 t_2 至設站或至前一檢核事件之 t_3)，再檢視非天文潮或移動平均的變化是否合理，(4)、進行二次檢核，確認是否尚有未檢核出或因修正後產生的新事件。

此檢驗法須要注意事項為重疊部分最長中斷之假設可能造成檢核誤差，該誤差小於重疊時段的長度。故採用之跨距(τ_1 - τ_3)愈短，檢核之誤差愈小。另外，檢驗出的 t_1 不超過前一筆檢核事件的 t_2 ； t_4 不超過後一檢核事件的 t_3 。以下將分述此系統中檢核以及校正模組之學理方法。

(一) 檢核模組

檢核模組之功能為利用海平面資料之移動平均以自動搜尋異常，並紀錄需要修正的時段。移動平均參數(時間跨距及時間平移)及檢核條件(平均之變化)需針對各測站研析給定。判斷值過大，無法有效檢出異常偏差；其值過小，則會消去大部分的自然變化。檢核之判斷值可以透過兩種方式擬定，(1)、分析潮位自然變化，(2)、由欲消除之基準面偏移值予以反推，但仍需考慮平均海水面的自然變化予以增修。開發之海平面資料檢核模組將分別應用在長期(如：60 年)及短期(如：3 個月)資料分析。其中後者更可達到即時、有效的檢核目的。以下將簡述長、短期潮位資料分析的參數。

長期潮位資料分析

首先，針對長期潮位資料分析(如：60 年)，移動平均參數建議使用跨距長度為兩年(有效長度 >75%)，每次移動一年。檢核判斷條件可由欲消除之基準面偏移反推。考慮天文合成潮，在(t_2 - t_3)時段發生中斷基準面偏移，紅、綠兩段原有平均 $M_1 = 0$ mm 以及 $M_2 = 100$ mm，基準面偏移後，紅色與綠色時段平均值 M_a 及 M_b 分別可表示為

$$M_a = [(t_2 - \tau_1) * M_1 + (\tau_3 - t_3) * M_2] / L_r;$$

$$M_b = [(t_2 - \tau_2) * M_1 + (\tau_4 - t_3) * M_2] / L_r, \quad (1)$$

其中分母為時間長度 $L_r = [(t_3 - \tau_1) - (t_3 - t_2)]$ ，即為移動平均之跨距長度 $L = (\tau_3 - \tau_1)$ 減去中斷事件的長度 $L_b = (t_3 - t_2)$ 。兩段平均差值 Δz 之最小值趨近 50 mm (t_2 與 t_3 趨近重疊時段中點 $(\tau_2 + \tau_3)/2$)，最大值為 100 mm ($t_2 = \tau_2$ 與 $t_3 = \tau_3$)。經由全台重要潮位站分析，檢核

判斷條件設定為單筆移動平均與前一筆移動平均相比，變化超過45 mm 即判斷為基準面異常偏移事件。

單一檢核判斷值之成效受平均海面自然變化影響，特別是在基準偏移與平均海面變化有相反之趨勢時。考慮平均海面自然變化，經嚴謹地分析後，檢核範圍從 τ_2 - τ_3 之間修正為 τ_2 - τ_5 之間(τ_2 - τ_3 、 τ_3 - τ_4 、 τ_4 - τ_5)，並進一步增修檢核判斷值/條件。檢核條件一：下修單筆資料變化之判斷值，該筆資料與前一筆資料的平均相比，變化超過 45 mm 即判斷為基準面異常偏移事件；假若該筆資料及下一筆資料均被檢核出異常時，若是屬於同向變化(如：65.3 mm 及 64.0 mm)，則取前一筆，若為反向變化(如：84.0 mm 及-160 mm)，則兩筆均為異常。檢核條件二：增加連續兩筆資料變化趨勢之判斷值，若該筆資料平均值的增量以及下一筆資料平均值的增量，當兩者之和超過 53 mm 則判斷為基準面異常偏移事件，若該筆(及前、後兩筆)資料已在條件一被檢核出，則跳至下一筆資料繼續檢核。

中短期潮位資料分析

在短時期分析的應用上，原始潮位資料變異大，為有效檢核水準面異常變化，則以原始資料之月平均進行檢核(28 天移動平均)。本研究為使潮位異常事件能順利檢核，採用常態分配並設定檢核條件一為自然變化(前後筆移動平均差)之平均值加上三倍標準偏差；檢核條件二為自然變化之平均加上五倍標準差。台灣重要潮位站之中短期檢核條件一與檢核條件二詳列於表 2。

表 2、全台重要潮位觀測站中短期檢核參數

潮位站代號	潮位站名稱	中期檢核參數一(mm)	中期檢核參數二(mm)
1516	基隆	102	149
112	新竹	116	172
1176	將軍	106	157
1246	蘇澳	85	123
1256	花蓮	152	229
1356	澎湖	126	188
1366	塭港	108	157
1436	台中港	106	156
1486	高雄	97	144

(二) 校正模組

海平面資料自動校正模組之功用為分析需修正時段之潮位資料，採相鄰時段基準面差值修正法推算基準面調整量，調整量之計算方式包含(1)、直接平均差值修正法，(2)、天文潮平均差值修正法，其可連結調和分析預報程式(2a)或者連結現有天文潮資料庫(2b)進行分析，及(3)、給定差值修正法。本研究建議第二類的方法，使用此法能準確分析兩時段之基準面，計算兩者差值予以修正。第一種與第三種方法則分別受到需要修正資料的時間位置、長度及受觀測儀器調

校影響。以第一種方法而言，需修正時段(t_1 - t_2 - t_3 - t_4)之時段(t_1 - t_2)與(t_3 - t_4)易因資料長度不足或是長時間中斷而具年、季的差異(受太陽年分潮 S_a 或平均海面自然變化影響)。因此，求得基準面的調整值可能過大/小，無法有效反映真實的偏移情形。

第二類方法將潮位觀測資料進行調和分析(理論簡述見附錄)推估天文潮之變化(Godin, 1972; Foreman, 1977)，並可將非天文潮分離(如海平面之自然變化)，能夠清楚地掌握潮汐特性。因此，使用此法分析兩相鄰時段之平均海面，進而以兩者之差值作為基準偏移調整量，著實為一較準確、適合的方法。但使用調和分析需要審慎考慮記錄時間長度，分潮個數及調和常數以得到有效、正確的分析結果。一般而言，取長達一年以上的逐日、逐時潮汐資料(Horn, 1960)，使用 20 至 30 個分潮進行分析。本研究建議採用(2a)連結調和分析預報程式法，一方面可重新對潮位觀測資料進行分析，另一方面所得之結果未來也可以與氣象局之分潮資料庫相互比較、驗證。本計畫於期中報告階段，已完成連結 T_Tide 調和分析預報 MATLAB 程式之測試(T_Tide 為 Pawlowicz et al. (2002)針對 Foreman (1978)之調和分析方法所發展的 MATLAB 程式，其說明以及測試見附錄)，使用 68 個分潮對十年的潮位資料進行分析，驗證該程式的正確性。以下潮位基準面校正之結果(包含驗證與應用)均由連結 T_Tide 調和分析預報程式分析而得。

最後，基準面校正/調整必須注意到相鄰兩段潮位資料基準面之差異包含了(1)人為造成的基準面偏移及(2)平均海平面的自然變化。在僅使用單一潮位站的資料下，目前尚無有效的方法將兩者分離。消去基準面偏移，同時也會消去局部的自然變化。在長期潮位觀測資料中可能有數筆異常基準面偏移，經檢核、校正後，局部誤差可能正、負相互抵銷，抑或是累積，但以研究海平面長期變化趨勢而言，長時間尺度(如：60 年)將減弱局部變化之影響。

四、 結果與討論

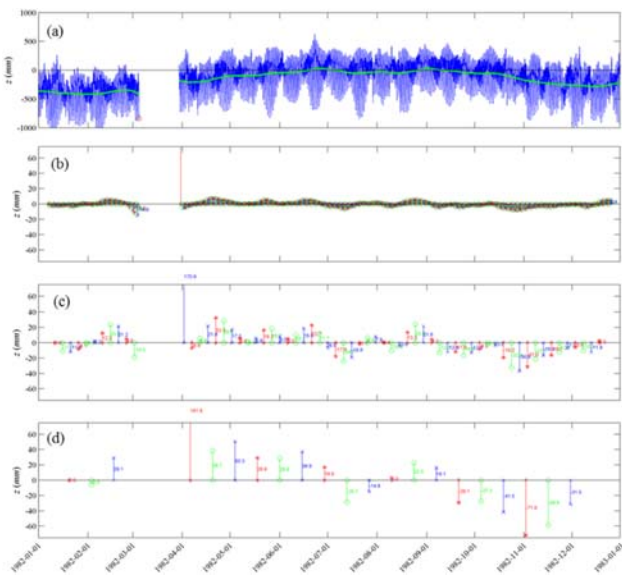
(一) 檢核模組驗證

本節首先驗證檢核方法應用於長期資料分析之成效，使用基隆站 1981~1990 年之連續、未中斷潮位資料進行測試。於 1982~1989 年依 16 個等分點分別製造一個中斷事件(例：中斷 25 天)，並於中斷點前的資料加一偏移值-100 mm 及+100 mm。為詳細評估檢核方法的準確性，先採用天文合成潮(調和分析、取 M_2 、 S_2 、 O_1 、 K_1)，再進一步進行實測潮位資料之驗證，共 64 個案例。

使用單一檢核條件，於天文合成潮案例中，均可檢核出異常之偏移；但是在實測潮位資料案例中，受平均海面自然變化影響，檢核成功率僅有 43.75% (以偏移-100 mm 為例，從 16 個案例，只檢核出 7 個案例)，無法成功檢核的情況包含(1)、受自然變化影響，使異常偏差低於 50 mm 的事件，如 1983, 1985, 1986 年間分別約為 48, 38, 33 mm，該期間之自然變化分

別為-3.3, -13.2, -18.5 mm, 及(2)、受自然變化影響, 使得正常變化超過 50 mm, 產生兩筆事件, 如 1988 年分別有 65.3 及 64 mm 的變化, 該期間自然變化為 20.1 及 11.9 mm。使用增修之檢核條件, 於天文合成潮或實測潮位資料的案例中, 均可成功檢核出異常之偏移, 檢核成功率為 100%。

接著驗證檢核模組應用在短期潮位分析之成效, 使用基隆站 1982 年無中斷之實測潮位資料 (1~3 月作為檢定、4~6 月、7~9 月、10~12 月則為驗證)。由於天文合成潮均可成功檢核, 故直接針對實測潮位資料進行驗證。以下將測試(1)檢核參數與判斷條件之適用性以及(2)不同中斷位置時檢核之準確性。對於中斷時間尺度之測試, 任意指定一時間 (1982/03/05), 製造中斷事件, 中斷時間(尺度)分別為 5 天(週)、25 天(月)、60 天(季), 並於中斷點前的資料加上基準偏移(-100 mm 及 +100 mm), 每組參數均有 6 個驗證例。結果指出移動平均參數 I, 可成功檢核出 6 次; 移動平均參數 II 成功檢核 5 次; 移動平均參數 III 為 4 次(圖 1 僅展示三組參數於中斷 25 天、偏移-100 mm 驗證例之結果)。對於不同中斷位置檢核準確性之測試, 則於 1982/02~1982/11 間, 製造 N 組均勻分佈的中斷事件, 中斷的時間採用 25 天(月)與 60 天(季), 每組參數均有 36 個驗證例。根據結果, 移動平均參數 I 可成功檢核出 36 次(100%); 移動平均參數 II 與 III 則成功檢核出 29 次(80.6%)與 24 次(66.6%)。另外, 若對同一基準面偏移事件, 短



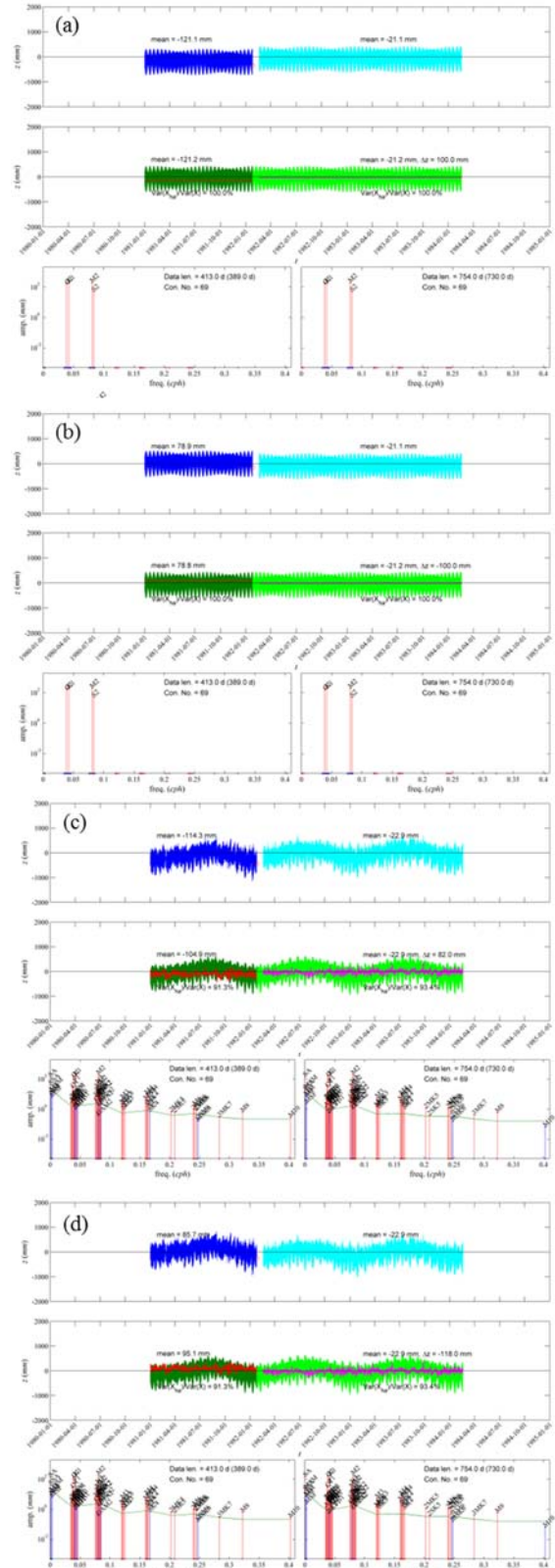
期與長期資料分析可檢核出相同的結果。

圖 1、檢核模組基隆站短期實測潮位分析驗證例, 於 1982/03/05 中斷 25 天, 中斷前偏移-100 mm, (a)原始資料(藍實線)與月平均線(綠實線), (b)-(d) 移動平均使用 2、10、28 天跨距成功檢核異常偏移(紅、綠、藍實線為移動平均變化)。

(二) 校正模組驗證

海平面資料檢校系統之檢核本節驗證校正模組調整方法之成效。相同地, 使用基隆站 1981~1990

年之天文合成潮(M2、S2、O1、K1)與實測潮位資料。於 1982~1989 年依 16 個等分點製造中斷基準偏移事件, 基準偏移為±100 mm, 共 64 個驗證案例。以檢核模組判斷需修正之時段(t1-t2-t3-t4)後, 使用天文潮平均差值修正法-連結調和分析預報程式求得(t1-t2)以及(t3-t4)兩相鄰時段潮位資料基準面, 兩者之差



即調整量。

圖 2、校正模組基隆站潮位分析驗證例，於 1982/01/25 中斷 25 天，(a)與(b)為天文合成潮之基準面偏移-100 與+100 mm，修正量為+100 與-100 mm，(c)與(d)為實測潮位資料之基準面偏移-100 與+100 mm，修正量為+82 與-118 mm (上層為原始資料，中層為天文潮及非天文潮，下層為重要分潮)。

在天文合成潮的案例中，校正模組可準確地計算出基準面修正值 ± 100 mm (見圖 2 (a)-(b))；在實測潮位資料案例中，計算之基準面修正值受到平均海面自然變化影響(見圖 2(c)-(d))。當自然變化不大時，計算之修正值誤差小於 1% (如：1984 年之修正值為 99.4 mm；1986 年之修正值為 100.4 mm)，在自然變化顯著時，計算修正值的準確度仍可達到 70~80% (如：1982 年之修正值為 82 mm)。

(三) 檢校系統應用

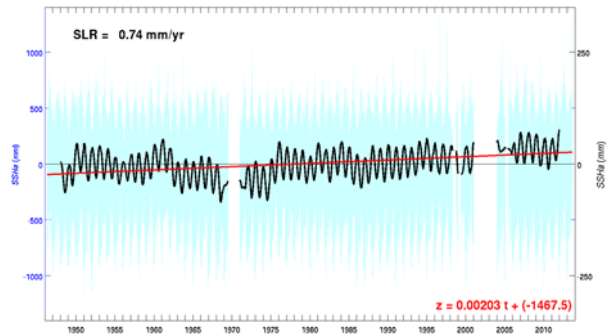
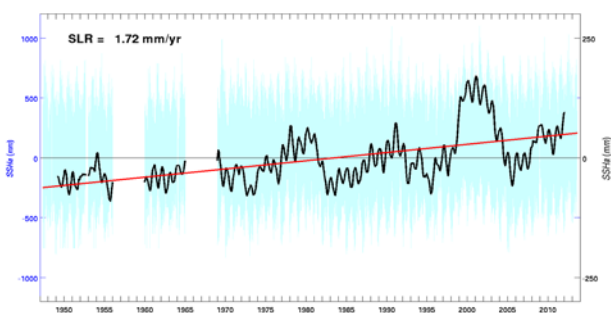
海平面資料檢校系統之檢核與校正模組驗證後，進一步應用在基隆及高雄潮位站之長期觀測資料以判斷、修正其基準面之偏移情形，並分析其海平面變化趨勢。如上所述，基隆站自 1946 年迄今記錄長達 69 年，資料缺失率約為 12%，高雄站自 1947 年迄今記錄長達 68 年，資料缺失率約為 19%。為了達到檢校系統程式分析自動化，程式可迅速將所有資料轉成檢校模組所需之資料格式(將資料庫中的日期時間轉為序列日期時間；缺值以 NaN/Not-a-number 表示，補齊資料長度)。次檔案分析後便會建立一完整的檔案，進行後續之檢校程序。

檢校系統應用流程簡述如下，首先對各分站潮位資料進行短期潮位分析及校正。經資料時間合併後，再對合併後之潮位資料進行長期分析及校正。最後，對已完成檢校之潮位資料分析海平面長期變化(線性)趨勢。

圖 3、基隆潮位站 69 年觀測資料經檢校系統判斷調整之結果及長期變化趨勢分析，修正後之資料(淡藍實線)；18 個月移動平均(黑色實線)及海平面上升趨勢(紅色實線)

圖 4、高雄潮位站 68 年觀測資料經檢校系統判斷調整之結果及長期變化趨勢分析，修正後之資料(淡藍實線)；18 個月移動平均(黑色實線)及海平面上升趨勢(紅色實線)

基隆與高雄站潮位經資料修正後，分析其長期海平面上升趨勢分別為 0.74 mm/yr (見圖 3)與 1.72



mm/yr (見圖 4)。經檢校後所得之海平面上升趨勢與 Tseng et al. (2010)分析之海平面上升趨勢相符，該研究指出基隆與高雄潮位站之海平面上升速率分別為 0.71 mm/yr 與 1.9 mm/yr。

五、 結論

本計畫開發海平面資料檢校系統俾利修正觀測潮位中之異常偏移水準面，使觀測資料可用於長期海平面上升之研究。具計算效率且準確的檢核模組，利用移動平均法判斷出需要修正的時段。長期資料分析，移動平均參數為跨距兩年、移動一年，檢核判斷值為單筆變化不超過 45mm，連續兩筆變化不超過 53mm，驗證結果顯示檢核模組能有效地應用在天文合成潮以及實際觀測潮位資料。中短期資料分析，移動平均參數所使用之跨距分為 28 天，移動為跨距之半，根據前述檢核條件一與二。針對不同時間尺度及不同時間位置，移動平均參數 I 之驗證例均成功檢核。校正模組使用天文潮平均差值修正法-連結調和分析程式(T_tide)。驗證結果顯示，於天文合成潮案例中，校正模組能完全正確地反映基準面偏差量；於實際觀測潮位案例中，推估之修正值準確度亦可達到 70~80%以上。

海平面資料檢校系統應用於基隆及高雄站進行潮位分析與改善驗證，流程為對各分站潮位資料進行短期潮位分析及校正。經資料時間合併後，再對合併後之潮位資料進行長期分析及校正，分析海平面長期變化趨勢。於基隆潮位站，分析過去 69 年海平面上升趨勢為 0.74mm/yr，若未檢校則為 1.46 mm/yr。於高雄潮位站，海平面過去 68 年上升趨勢為 1.72mm/yr。高雄站於 2004 年歷經測站變更，其新基準面向下調整，若原始資料未使用本計畫所發展之海平面資料檢校系統判斷調整運行分析海平面長期變化，則得到與實際情形完全相反的下降趨勢-2.83 mm/yr。整體來說，海平面資料檢校系統應用於潮位分析與改善驗證結果良好，潮位資料修正後所推得之長期海平面上升趨勢，與 Tseng et al. (2010)之結果相符。海平面資料檢校系統之理論方法及驗證已初步完成，未來持續進行分析改進，使此系統可作更廣泛的應用。

參考文獻

- Emery, W. J., Thomson, R. E., 2004. Data analysis methods in physical oceanography. Elsevier, Amsterdam, 638 pp.
- Foreman, M. G. G., 1977. Manual for tidal heights analysis and prediction. Pacific Marine Science Report 77-10, Institute of Ocean Sciences, Patricia Bay, Sidney, BC, 97pp.
- Foreman, M.G.G., 1978. Manual for tidal currents analysis and prediction. Pacific Marine Science Report 78-6, Institute of Ocean Sciences, Patricia Bay, Sidney, BC, 57pp.
- Godin, G., 1972. The analysis of tides. University of Toronto Press, Toronto, 264pp.
- Horn, W., 1960. Some recent approaches to tidal problems. International Hydrographic Review 37(2), 65-88
- Pawlowicz, R., Beardsley, B., Lentz, S., 2002. Classical tidal harmonic analysis including error estimates in MATLAB using T_TIDE. Computers & Geosciences, 28(8), 929-937
- Tseng, Y. H., Breaker, L. C., Chang, E. T. Y., 2010. Sea level variations in the regional seas around Taiwan. Journal of Oceanography 66, 27 - 39