

應用BMA發展多模式MOS策略溫度機率預報

馮智勇¹、劉家豪¹、林佑蓉²、蔡雅婷²、陳雲蘭³

多采科技¹ 中央氣象局資訊中心² 中央氣象局預報中心³

摘要

中央氣象局於「強化災害性即時天氣預報」建置案中採模式統計輸出法(MOS)發展包含ECA1、JMA、NCEP、NFS與WRF等數值動力模式的天氣要素迴歸模型，定時產製具相當參考價值之定量預報指引。貝氏模型平均法(BMA)衍伸自貝氏定理(Bayes' Theorem)，採用混合模型概念整合各模型模擬結果，避免選擇相信單一模型所造成的誤差，國外已廣為用於評估發展各項天氣要素機率預報產品。有鑑於此，本研究以台灣測站溫度機率預報為例，評估應用BMA整合多模式溫度預報為機率預報指引的可行性。

採用台灣測站2014年1月至4月08時溫度觀測與上述多模式MOS策略迴歸模型預報資料，推估BMA模型參數後，再以5月資料進行事後預報與分析。參考平均絕對誤差(MAE)與均方根誤差(RMSE)結果顯示，由於本研究發展的BMA溫度機率預報模型係建構在具相當參考價值的MOS策略預報指引，故採用溫度機率密度函數期望值為決定性預報可維持一致預報水準，並且可合理掌握溫度發生區間。

關鍵字：貝氏模型平均、模式輸出統計法、溫度迴歸模型、機率預報、EM演算法

一、前言

真實大氣環境包含許多不確定性，而數值模式模擬也包含參數化物理模式、使用參數、初始條件與邊界條件等等不確定性，因此各國氣象單位積極研究整合不同數值模式(以下稱多模式)或系集模式(ensemble models)模擬結果技術，以期發展各項天氣要素可靠之機率預報指引。中央氣象局已於「強化災害性即時天氣預報」建置案採模式統計輸出法(Model Output Statistics, MOS)策略建置包含ECA1、JMA、NCEP與WRF等數值動力模式之各項天氣要素迴歸模型，每日定時產製具相當可靠度之中期天氣(7天)逐12小時及短期天氣(3天)逐3小時定量預報指引(guidance)，提供測站點與網格點(2.5 km 解析度)預報作業參考[1]，非常適合進一步發展機率預報產品。

目前美國國家氣象局(National Weather Service)隸屬之氣象發展實驗室(Meteorological Development Laboratory)針對單一或多種系集模式發展“系集核密度模式輸出統計法”(Ensemble Kernel Density Model Output Statistics, EKDMOS)，並且實作於產製整合NCEP與CMCE兩種系集模式之地面溫度機率預報產品([5, 14])。發展EKDMOS的關鍵在於取得系集模式輸出層場資料，故若想應用於整合多系集模式(multi-model ensemble)而得機率預報產品，則演算系集模式所需計算資源、儲存空間或者購買模式系集輸出層場等等投資成本勢必隨著欲整合的模式數量增加而大幅提高，較適合為已擁有多系集模式運作的作業單位採用。

貝氏模型平均法(Bayesian Model Averaging, BMA)衍伸自貝氏定理，已被廣泛應用在經濟學、生物學等領域。Barnard [3]將模型混合的概念應用在飛機旅客的資料上；Roberts [10]提出由兩個模型以及後驗機率加權平均得到所需的模型，此為BMA雛型概念；Leamer [7]指出此方法可以處理模型選擇上之不確定性問題；Hoeting等人[6]拓展BMA雛型概念，提出將所有可能的模型，以其後驗(posterior)機率加權平均後，得到一個混合模型，再進行推估與預測，避免選擇相信單一模型所致誤差。Raftery等人[10]直接採迴歸方式求得模式後驗機率而應用於估計美國西南部地面氣溫與海平面氣壓後，大幅簡化模型建置與推求後驗機率的流程，使得BMA得以廣為應用於測站地面溫度[2]、雨量[8, 11]、風速[12]與風向[13]的機率預報。

由於發展BMA所需資料可為如ECA1與WRF等不同模式模擬結果，或者是將系集模式各成員視為一種模擬結果，實作上具有較大彈性與降低投資成本的優點。因此，本研究即利用氣象局現有之多模式MOS策略地面溫度定量預報為基礎，研究應用BMA整合而為客觀機率預報指引的可行性。以下先行說明Raftery等人[10]提出的BMA機率預報模型發展方式，再以台灣測站2014年1月~5月的資料進行模型建置與結果分析，最後綜整研究結論與建議，以為後續發展作業系統參考。

二、BMA機率預報模型

若有興趣的物理量為 y (如溫度或壓力觀測值)，假設 K 種模式的預報值為 M_1, M_2, \dots, M_K 且已知

資料 D 的情況下，BMA模型描述物理量發生的機率為：

$$p(y|D) = \sum_{k=1}^K p(M_k|D)p(y|M_k, D) \quad (1)$$

其中， $p(y|M_k, D)$ 為各模式利用已知資料 D 估計 y 發生之條件機率密度函數，而 $p(M_k|D)$ 則為各模式的後驗機率，代表模式擬合 D 資料的優劣程度。由於當模式數量大於1時，必須滿足 $\sum_{k=1}^K p(M_k|D) = 1$ 的條件，因此後驗機率可視為權重值。

Raftery等人[9]假設 f_1, f_2, \dots, f_k 分別代表 K 種模式經過系統性誤差調整後的『最佳』預報值，而 $g_k(y|f_k)$ 為在已知 f_k 時的 y 條件機率密度函數，則BMA模型描述物理量發生機率為：

$$p(y|f_1, f_2, \dots, f_k) = \sum_{k=1}^K \omega_k g_k(y|f_k) \quad (2)$$

其中， ω_k 為第 k 個成員的後驗機率，代表第 k 個模式在訓練期中成為最佳預報的機率，並滿足條件 $\sum_{k=1}^K \omega_k = 1$ ； $g_k(y|f_k)$ 表示在給定預報值 f_k 條件下 y 的PDF。因此BMA模型的預報PDF可視為 K 個模式預報PDF的加權平均，意即以每個模式的後驗機率 ω_k 為權重進行加權平均。當物理量為溫度與每平面氣壓時，模式預報與實際觀測數據分布會非常接近常態分布(normal distribution)，因此可假設 $g_k(y|f_k)$ 為常態分布，其平均值為 $a_k + b_k f_k$ ，標準差為 σ ，可表示為：

$$y|f_k \sim N(a_k + b_k f_k, \sigma^2) \quad (3)$$

因此，BMA模型描述物理量發生機率的期望值為：

$$E(y|f_1, f_2, \dots, f_k) = \sum_{k=1}^K \omega_k (a_k + b_k f_k) \quad (4)$$

BMA模型中之未知參數 a_k 、 b_k 、 ω_k 及 σ ，需透過訓練期資料進行估計。其中， a_k 與 b_k 可使用簡單線性迴歸(simple regression)進行估算，代表各模式系統性誤差校正參數； ω_k 及 σ 則透過最大化似然函數(maximum likelihood)的過程進行估計。假設預報誤差在時間(t)與空間(s)上不相關，對數似然函數可寫為 $\sum_{s,t} \log(\sum_{k=1}^K \omega_k g_k(y_{st}|f_{kst}))$ ，則可透過EM演算法(EM Algorithm)求解 ω_k 及 σ 。

EM演算法分為E步驟(Expectation)計算似然函數，與M步驟(Maximization)找出最大化似然函數的最佳化參數。首先假設一個潛在變數 z_{kst} ，當 $z_{kst} = 1$ 時，代表第 k 個模式在 s 測站及 t 時間時有為最佳預報值，反之則 $z_{kst} = 0$ ；意即 $\{z_{1st}, z_{2st}, \dots, z_{Kst}\}$ 中只有一個為1，其餘皆為0。求解時先給定待估計參數 ω_k 及 σ 初始值，於第 j 次迭代的E步驟中計算：

$$\hat{z}_{kst}^{(j)} = \frac{\omega_k^{j-1} g(y_{st}|f_{kst}, \sigma^{(j-1)})}{\sum_{i=1}^K \omega_i^{j-1} g(y_{st}|f_{ist}, \sigma^{(j-1)})} \quad (5)$$

式中， $g(y_{st}|f_{kst}, \sigma^{(j-1)})$ 代表期望值為 $a_k + b_k f_{kst}$ ，標準差為 $\sigma^{(j-1)}$ 的常態分布函數。計算 $\hat{z}_{kst}^{(j)}$ 後，再於M步驟中計算 ω_k 及 σ 為：

$$\omega_k^{(j)} = \frac{1}{n} \sum_{s,t} \hat{z}_{kst}^{(j)} \quad (6)$$

$$\sigma^{2(j)} = \frac{1}{n} \sum_{s,t} \sum_{k=1}^K \hat{z}_{kst}^{(j)} (y_{st} - f_{kst})^2 \quad (7)$$

其中， n 為訓練資料數。反覆迭代計算式(5)~式(7)的過程將使似然函數值逐漸增加，最終達局部最大值而參數 ω_k 及 σ 收斂完成求解[4]。

三、台灣測站溫度機率預報雛形

分析Raftery等人[9]提出之BMA模型建構流程後認為，若 K 種模式可透過簡單線性迴歸完成系統性誤差調整而為『最佳』預報值，代表 K 種模式原始預報值必須已具備一定程度正確性與可靠度。本研究因此提出以氣象局現有多模式MOS策略地面溫度定量預報為基礎，發展台灣測站溫度機率預報之BMA模型。本節將以建構台灣時間08時台北、台中、台南、高雄、台東、宜蘭、嘉義、日月潭、阿里山、玉山與淡水等11個測站的溫度機率預報產品為例進行說明。

(一)建置測站MOS策略溫度預報模型

台灣測站MOS策略溫度迴歸模型建置時是以08時地面溫度觀測資料為預報元，選擇ECA1、JMA、NCEP與WRF等四種($K=4$)數值動力模式於00Z(UTC)模擬所得之000延時輸出層場為預報子資料，建置多變量線性迴歸模型如式(8)。整理四種數值動力模式使用的資料年份與層場於下表1，其餘模型建置相關參數設定請參考[1]。

$$\hat{y} = a_0 + \sum_{i=1}^{10} a_i x_i \quad (8)$$

表1 建置MOS策略溫度預報模型的資料年份與層場

模式	年份	輸出層場
JMA	2008-2010	HTUVQ@H100/925/850/700/500/200、T2M、10mu、10mv、MSPL
NCEP	2008-2010	
ECA1	2011-2012	
WRF	2011-2012	

(二)建置BMA溫度機率預報模型

由式(2)與式(3)可知測站溫度的BMA模型是將4種模式MOS策略估計值各以 a_k 與 b_k 參數完成系統性誤差調整後，再利用係數 ω_k 予以加權平均標準差為 σ 的常態分布而得。因此，參數 a_k 、 b_k 、 ω_k 與 σ 代表個別測站溫度與第 k 種模式MOS策略估計值關係，非常適合考量台灣測站因變化差異顯著而需各自建立預報模型的特性。因此，本研究改採式(9)與式(10)計算第 j 次迭代時的參數 ω_k 與 σ 值而不進行空間(即測站)累加，以期BMA模型更足以描述個別測站溫度變化機率。

$$\omega_k^{(j)} = \frac{1}{n} \sum_t \hat{z}_{kst}^{(j)} \quad (9)$$

$$\sigma^{2(j)} = \frac{1}{n} \sum_t \sum_{k=1}^K \hat{z}_{kst}^{(j)} (y_{st} - f_{kst})^2 \quad (10)$$

為評估估計BMA模型參數所需的訓練期長短天數 m ，以2014年4月1日至4月30日08時的溫度觀測值

與MOS策略溫度預報值進行事後預報，再利用30筆溫度觀測與BMA模型期望值(式(4))時間序列資料計算的平均絕對誤差(Mean Absolute Error, MAE)與均方根誤差(Root Mean Square Error, RMSE)。以事後預報4月1日08時溫度為例，假設訓練期為30天 ($m=30$)，則以3月2日至3月31日的資料；同理，4月2日事後預報則採用3月3日至4月1日的資料。若有資料缺漏現象，則往前取資料至補足 m 筆訓練資料。BMA模型參數估計時，反覆利用式(5)、式(6)與式(7)計算參數與搜尋概似函數值，直到相鄰兩次迭代的對數概似函數值的相對誤差小於 $1E-10$ 時(或迭代次數達10,000次)達到收斂而完成。

(三)BMA溫度機率預報模型分析

圖1與圖2所示分別為各測站MAE與RMSE(縱軸)隨訓練期天數(橫軸)由10、13、15、17、20、23、25、27、30、32與35天的變化情況。結果顯示兩項統計指標於台北、台中、台南、高雄、台東、宜蘭、嘉義與淡水等平地站的變化情況會隨著訓練期天數由10天增加而逐漸降低，約莫於20~32天間有最低值；另一方面，日月潭、阿里山與玉山等三個高山站隨訓練期天數增加而變化的情況與平地站不同，訓練期超過20天的統計指標略有增加的現象。圖3(a)~(c)分別為事後預報4月1日至4月30日共30筆各測站溫度觀測時序資料分別與設定25天訓練期建置之BMA模型期望值(紅色實心)以及MOS策略的ECA1(藍橫紋)、JMA(灰交叉紋)、NCEP(淺藍交叉紋)與WRF(淺綠細網點)溫度預報值時序資料的MAE、RMSE與相關係數3種統計指標，可知BMA模型期望值的預報水準均可接近或甚至略優於4種MOS策略模型中的最佳者，足以作為決定性預報指引。綜合圖1與圖2所示，符合Raftery等人[9]採用25天訓練期以及張等人[2]選擇20天訓練期的結果，本研究於此選擇25天訓練期以簡化後續分析，並建議日後於作業化流程中可依照測站特性差異採用不同訓練期天數建置BMA模型。

(四)BMA溫度機率預報產品

圖4為台北、台中、台南、高雄、台東、宜蘭、嘉義、日月潭、阿里山與玉山站之2014年5月1日08時溫度BMA模型與5%~95%累積機率範圍，並一併呈現權重後的MOS策略ECA1、JMA、NCEP與WRF的溫度機率分布。由圖中可知除宜蘭與阿里山站幾乎完全相信WRF_MOS預報結果之外，其餘各站的BMA模型均為混合模型的整合結果，使得台北與台南站之機率密度函數呈雙峰型式分布。圖5為台北、台南、阿里山與玉山站5月1日至15日08時溫度的BMA模型期望值、4種MOS策略預報值與5%~95%累積機率範圍以及觀測值時間序列變化情況。圖6則為利用各測站15筆溫度觀測時序資料與BMA模型期望值及MOS策略預報值時序資料計算的MAE、RMSE與相關係數。由圖可知台北與台南兩

個平地站的BMA模型期望值與觀測值時序變化相當一致，相關係數值分別可達0.983與0.986與MOS策略最佳的WRF幾乎相同，但BMA模型期望值在MAE與RMSE的表現則明顯較佳；另一方面，阿里山站的BMA模型的表現明顯不如MOS策略模式預報，不但MAE與RMSE分別達1.365與1.61，幾乎為最佳的ECA1_MOS的一倍外，相關係數僅0.404也不如最差的NCEP_MOS，後續須妥善進行校驗。

四、結論與建議

本研究利用氣象局現有之多模式MOS策略地面溫度定量預報為基礎，成功應用BMA整合為溫度機率預報指引。以台北、台中、台南、高雄、台東、宜蘭、嘉義與淡水平站以及日月潭、阿里山與玉山高山站之2014年4月1日至30日時序資料的MAE與RMSE統計指標為依據，選擇採用25天訓練期建置BMA模型。藉由2014年5月1日至15日事後預報結果可知，BMA模型因採用混合模型的精神，確實可避免選擇相信單一模型所致誤差，使得以BMA模型期望值為決定性預報時，各測站無論是MAE、RMSE或者是相關係數指標均可達最佳MOS策略預報相同甚至略佳的水準，並可提供5%~95%累積機率的90%預報區間為機率預報產品。

考量台灣測站存在明顯差異且MOS策略模式預報亦可能存在系統性問題，建議後續可分析是否需依測站與預報延時的不同而採用不同的訓練期天數。此外，亦建議發展雨量以及極端天氣的BMA機率預報模型。

五、參考文獻

- 1.交通部中央氣象局，2013:「102年度強化災害性即時天氣預報—資料處理與統計降尺度建置案」委託研究計畫成果報告。
- 2.張語軒、張庭槐與吳蕙如，2011:“貝式模型平均於溫度機率預報之應用”。氣象學報，49(1)，19-38。
3. Barnard, G. A., 1963: “New methods of quality control”. J. Roy. Stat. Soc., 126A, 255-258.
4. Dempster, A. P., N. M. Laird, and D. B. Rubin, 1977: “Maximum likelihood from incomplete data via the EM algorithm”. J. Roy. Stat. Soc., 39B, 1-39
5. Glahn, H.R., M. Peroutka, J. Wiedenfeld, J. Wagner, G. Zylstra, B. Schuknecht, and B. Jackson, 2009: “MOS Uncertainty Estimates in an Ensemble Framework”. Mon. Wea. Rev., 137, 246-268
6. Hoeting, J. A., D. M. Madigan, A. E. Raftery, and C. T. Volinsky, 1999: Bayesian model averaging: A tutorial (with discussion). Stat. Sci., 14, 382-401
7. Leamer, E. E., 1978: Specification Searches. Wiley, 370 pp

8. Liu, J., and Z. Xie, 2014: "BMA Probabilistic Quantitative Precipitation Forecasting over the Huaihe Basin Using TIGGE Multi-model Ensemble Forecasts". *Mon. Wea. Rev.*, 142, 1542-1555.
9. Raftery, A. E., T. Gneiting, F. Balabdaoui, and M. Polakowski, 2005: "Using Bayesian model averaging to calibrate forecast ensembles". *Mon. Wea. Rev.*, 133, 1155-1174.
10. Roberts, H. V., 1965: "Probabilistic prediction". *J. Amer. Stat. Assoc.*, 60, 50-62.
11. Slughter, J. M., A. E. Raftery, T. Gneiting, and C. Fraley, 2007: "Probabilistic quantitative precipitation forecasting using Bayesian model averaging". *Mon. Wea. Rev.*, 135, 3209-3220.
12. Slughter, J. M., T. Gneiting, and A. E. Raftery, 2010: "Probabilistic wind speed forecasting using ensembles and Bayesian model averaging". *J. Amer. Stat. Assoc.*, 105, 25-35.
13. Slughter, J.M., T. Gneiting, and A.E. Raftery, 2013: "Probabilistic wind vector forecasting using ensembles and Bayesian model averaging". *Mon. Wea. Rev.*, 141, 2107-2119.
14. Veenhuis, B., 2013: "Spread Calibration of Ensemble MOS Forecasts". *Mon. Wea. Rev.*, 141, 2467-2482

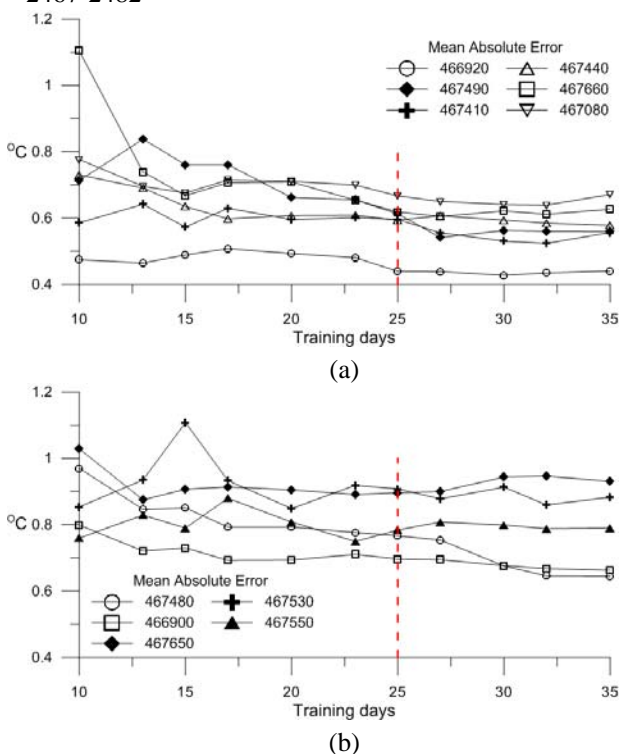
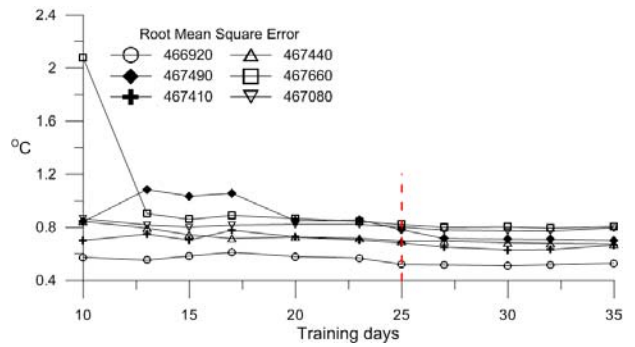
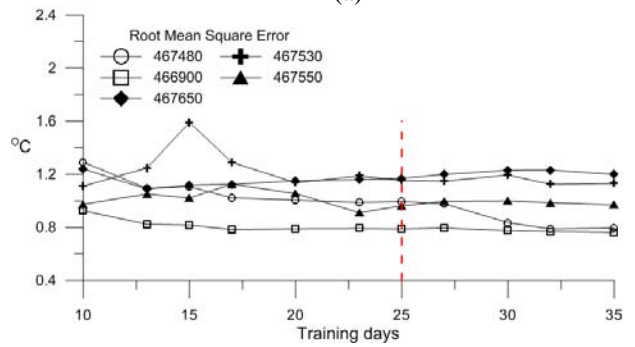


圖1 (a)台北(466920)、台中(467490)、台南(467410)、高雄(467440)、台東(467660)、宜蘭(467080)站，(b)嘉義(467480)、淡水(466900)、日月潭(467650)、阿里山(467530)與玉山(467550)站平均絕對誤差隨訓練期天數的變化。

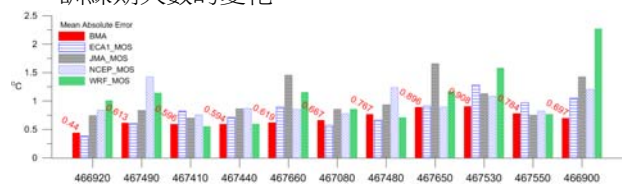


(a)

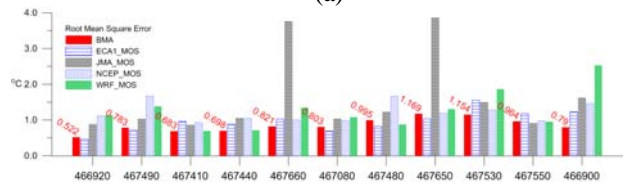


(b)

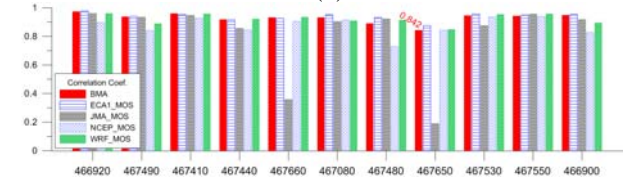
圖2 (a)台北(466920)、台中(467490)、台南(467410)、高雄(467440)、台東(467660)、宜蘭(467080)站，(b)嘉義(467480)、淡水(466900)、日月潭(467650)、阿里山(467530)與玉山(467550)站均方根誤差隨訓練期天數的變化。



(a)



(b)



(c)

圖3 2014年4月1日至4月30日測站溫度觀測時序資料分別與BMA模型期望值(紅實心，訓練期25天)、ECA1_MOS(藍色橫紋)、JMA_MOS(灰交叉紋)、NCEP_MOS(淺藍交叉紋)與WRF_MOS(淺綠細網點)預報值時序資料的(a)MAE、(b)RMSE與(c)相關係數比較。

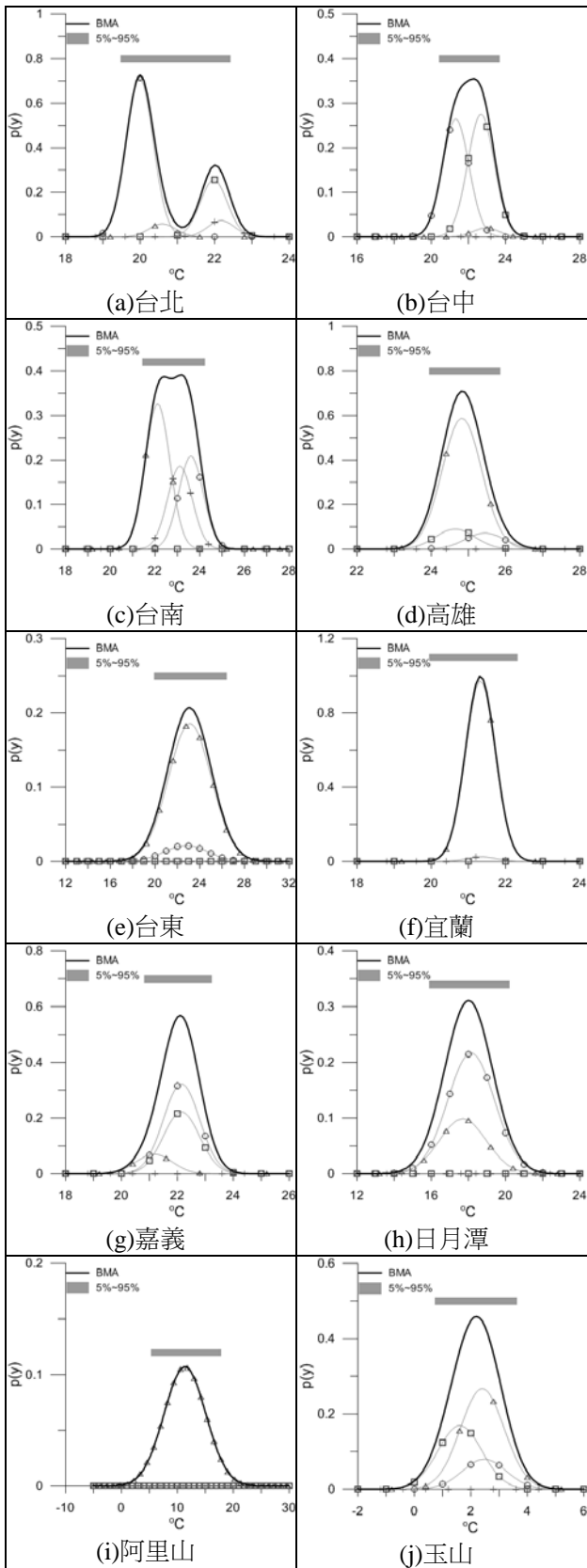


圖4 2014年5月1日08時測站之BMA模型溫度機率分布(黑實線)與5%~95%累積機率範圍(灰長條),而灰色實線為權重後之MOS策略ECA1(圓點)、JMA(方形)、NCEP(十字)與WRF(三角)的溫度機率分布。

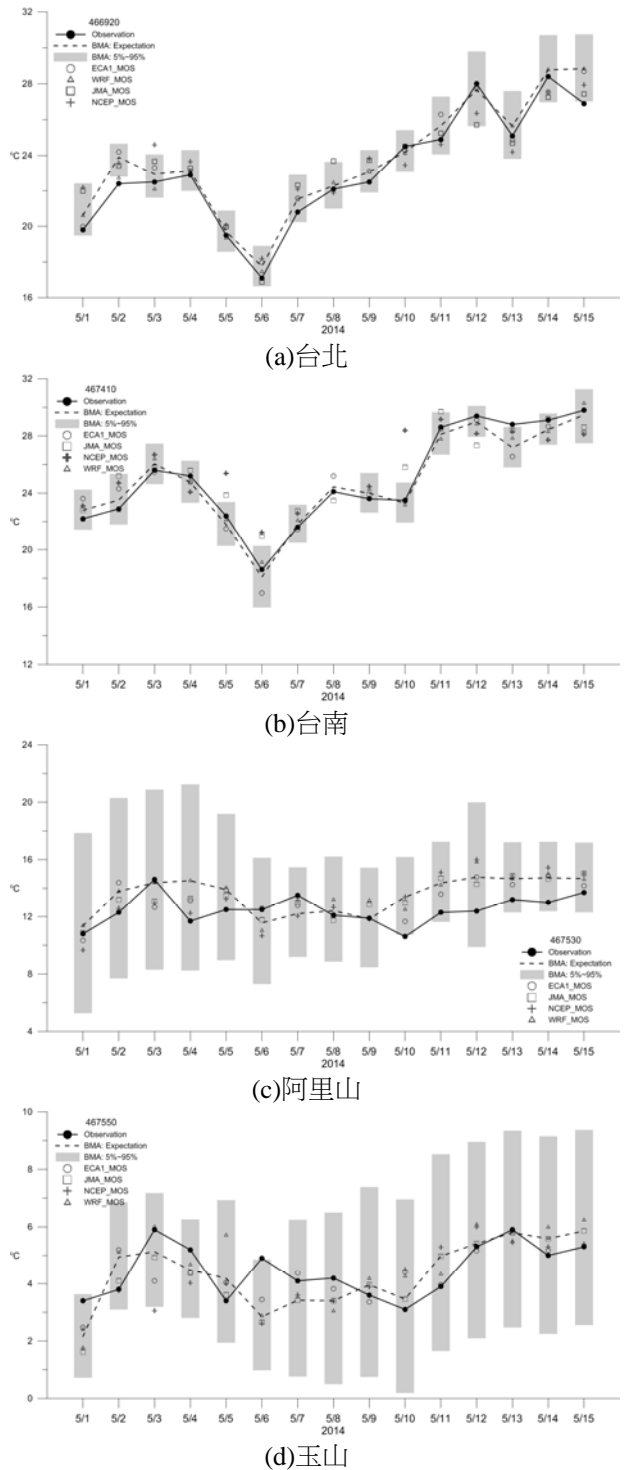
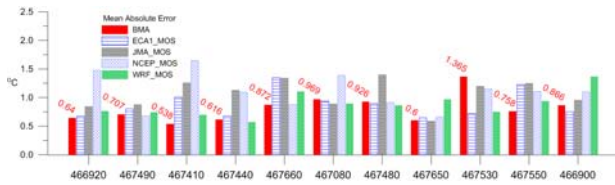
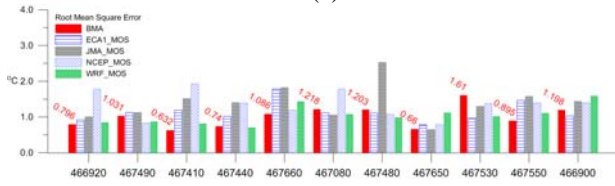


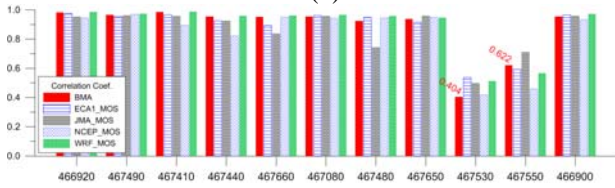
圖5 台北、台南、阿里山與玉山站2014年5月1日至15日08時溫度的BMA模型期望值與5%~95%累積機率範圍、MOS策略ECA1、JMA、NCEP與WRF預報值與以及觀測值時間序列變化情況。



(a)



(b)



(c)

圖6 2014年5月1日至5月15日測站溫度觀測時序資料分別與BMA模型期望值(紅實心)、ECA1_MOS(藍色橫紋)、JMA_MOS(灰交叉紋)、NCEP_MOS(淺藍交叉紋)與WRF_MOS(淺綠細網點)預報值時序資料的(a)MAE、(b)RMSE與(c)相關係數比較。