

# 對流尺度資料同化之研究： 背景誤差協方差研究

林勤芳<sup>1</sup> 林忠義<sup>2</sup> 劉嘉騏<sup>2</sup> 洪景山<sup>1</sup>  
中央氣象局氣象資訊中心<sup>1</sup> 台灣颱風洪水研究中心<sup>2</sup>

## 摘要

本研究選取兩組不同控制變數之背景誤差協方差，針對其特性進行分析，期望能找出一組適用於對流尺度下之背景誤差。WRFVAR 一般背景誤差所使用的控制變數為  $\phi, \chi$  (CV5)，隱含溫度、壓力和風場變數之間的熱力風關係，本研究主要著重在對流尺度下的天氣系統，所以另外使用一組適用於小尺度之背景誤差，以 UV 為控制變數，透過不斷同化觀測資料，由模式積分來建立平衡關係。背景誤差結構及單點測試結果均顯示以 UV 為控制變數的 CV7 較能表現對流尺度特性，且能避免變數間轉換導致錯誤的訊息。

## 一、前言

台灣因地理位置及地形分布，深受颱風、梅雨等劇烈天氣系統影響，所以發展短期降水預報對於防災有重要助益，而雷達觀測之高時空解析度非常適用於短期天氣預報，因此希望能發展雷達資料同化系統，透過 WRFDA 模式結合模式預報與雷達觀測資料，來得到一組模式初始場，以進行最佳化的預報。

模式及觀測相對於真實場都會有誤差，其中觀測誤差可透過模式給定，模式背景誤差協方差矩陣則需要透過 gen\_be 套件計算得到，本研究使用兩組不同控制變數之背景誤差協方差，針對適用於對流尺度下之特性進行分析。

## 二、研究方法

### (一) WRFDA 模式

WRF 3DVAR 三維變分同化系統旨在於透過迭帶法來求解 cost function 中的  $J(\mathbf{x})$ ，以得到一組使分析誤差達到最小的分析場  $\mathbf{x}$ 。

$$J(\mathbf{x}) = (\mathbf{x} - \mathbf{x}_b) \mathbf{B}^{-1} (\mathbf{x} - \mathbf{x}_b) + (\mathbf{y}^0 - \mathbf{H}(\mathbf{x}))^T \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{y}^0 - \mathbf{H}(\mathbf{x}))^T$$

其中  $\mathbf{x}$ 、 $\mathbf{x}_b$ 、 $\mathbf{y}^0$  分別為分析場、背景場及觀測場， $\mathbf{B}$  和  $\mathbf{R}$  分別為背景誤差及觀測誤差矩陣， $\mathbf{H}$  則為將模式變數轉換至觀測場的觀測因子。直接計算背景場誤差  $\mathbf{B}$  所需的計算量相當大 ( $\sim 10^6 - 10^7$ )，所以導入 control variable ( $\mathbf{v}$ )，假設  $\mathbf{x} - \mathbf{x}_b = \mathbf{U}\mathbf{v}$ ，且滿足  $\mathbf{B} = \mathbf{U}\mathbf{U}^T$  的關係，經由控制變數轉換後公式可改寫為

$$J(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} \mathbf{v}^T \mathbf{v} + \frac{1}{2} (\mathbf{d} - \mathbf{H}'\mathbf{U}\mathbf{v})^T \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{d} - \mathbf{H}'\mathbf{U}\mathbf{v})$$

控制變數轉換可以大幅減少非相關變數的計算量，其將變數投影到正交函數座標，並假設背景誤差矩陣為均質性和等向性。

分析增量可以分解為

$$\mathbf{x} - \mathbf{x}_b = \mathbf{U}\mathbf{v} = \mathbf{U}_h \mathbf{U}_v \mathbf{U}_p \mathbf{v}$$

其轉換因子分別為水平轉換 ( $\mathbf{U}_h$ )、垂直轉換 ( $\mathbf{U}_v$ ) 和物理變數轉換 ( $\mathbf{U}_p$ )，水平變數轉換使用 recursive filter 來表示背景誤差的水平自相關，垂直變數轉換則是使用 EOF 分解背景誤差的垂直自變數相關，物理變數轉換將 increment 從控制變數場轉回模式變數場。

WRFVAR 一般所使用的控制變數為 stream function ( $\phi$ )、unbalanced velocity potential ( $\chi_u$ )、unbalanced surface pressure ( $P_{su}$ )、unbalanced temperature ( $T_u$ )、

pseudo-relative humidity(RH<sub>s</sub>)。

使用以上變數的原因為預期要處理的問題符合熱力風關係，在滿足靜力平衡和地轉風平衡的假設下，水平溫度梯度會和垂直地轉風切成正比，所以透過熱力風關係來建立溫度、壓力和風場的相關性，而風場的 UV 分量兩者相關性很微弱，因此將風場以流函數( $\phi$ )和位勢函數( $\chi$ )表示，定義  $\phi$  和  $\chi$ 、T、Ps 間有平衡關係，所以可以使用過去個案的統計資料，透過  $\phi$  去估計滿足熱力風關係的  $\chi$ 、T、Ps 之相關係數，而控制變數即為扣除平衡關係的非平衡部分。

Xie et al. (2002) 的研究指出以  $\phi$  和  $\chi$  為控制變數主要適用於大尺度背景場，適用於有限網格區域內，且在求解 poisson 方程式時會有邊界條件的問題，本研究主要著重在對流尺度下的天氣系統，所以另外使用一組適用於小尺度之背景誤差，以 uv 為控制變數，假設控制變數間互不相關，因此  $U_p$  為單位矩陣，僅透過不斷同化觀測資料，由模式積分來建立平衡關係。

## (二) 實驗設計

本研究模式範圍如圖 1，網格解析度分別為 15、3 公里，背景誤差的產製使用 2012 年 6 月 2 日至 2012 年 6 月 30 日的預報資料，共 58 組成員，使用 NMC 的方法以 24 小時減去 12 小時的預報，經由不同長度之預報來得到氣候背景誤差的統計特性，由上述資料分別產製以  $\phi$   $\chi$  為控制變數的 CV5 及以 UV 為控制變數的 CV7。

## 三、實驗結果與討論

### (一) 背景誤差特性

圖 2 為控制變數的標準差，背景誤差標準差可以用來表示背景誤差的大小，由圖 2 可看出 CV7 在風場的標準差大於 CV5，表示 CV7 所估計的模式風場誤差較大。圖 3 為背

景誤差的長度尺度隨 EOF 波段的分布，雖然兩種變數尺度不同，還是可以看出  $\phi$   $\chi$  的長度尺度會比 UV 大許多，UV 在短波的地方也有較小的長度尺度，表示 CV7 對於短波有較好的解析。

### (二) 單點測試

為了研究背景誤差結構對於變分系統的分析場影響，在此使用 3DVAR 進行單點測試，在特定格點給定觀測增量，了解經過 cost function 的極小化計算之後，模式分析增量的變化情形。此實驗中選取模式第 21 層給定溫度及 U 風場 1(°C or ms-1)之觀測增量，觀測誤差設為 0.5(°C or ms-1)，背景場時間為 2012 年 06 月 10 日 06 時，先比較 CV5 在不同模式解析度的差異，接著針對 3km 解析度進行 CV5 和 CV7 的比較。

圖 4 為 CV5 在 15km、3km 解析度的溫度單點測試之分析增量，當給定模式單點溫度觀測增量時，在中緯度綜觀尺度下滿足靜力平衡及地轉風平衡，此格點的氣柱會增厚，造成格點上層壓力梯度增加，上層地轉風增強造成輻散(高壓)，而格點下層則為輻合(低壓)，這個現象即為熱力風平衡。圖顯示此熱力風現象會隨著網格解析度而遞減，在 3km 解析度中幾乎沒有熱力風，因為此時解析度接近對流尺度，所以大氣狀態會與綜觀尺度不同。

圖 5 為 CV5 和 CV7 在 3km 解析度的溫度單點測試之分析增量，兩者的溫度分析增量之大小及分布範圍結果類似，在風場部分，CV7 的控制變數間沒有相關性，所以溫度的觀測增量並不會影響到風場的分析增量。圖 6 為 CV5 和 CV7 在 3km 解析度的 U 風場單點測試之分析增量，結果顯示 CV7 的風場分析增量有較大的極值及較小的水平分布範圍，和前部分的背景誤差標準差及水平長度尺度結果一致。

由 CV5 和 CV7 在 3km 解析度同化 2012 年 06 月 10 日 06 時真實雷達徑向風之分析增量圖，也能發現 CV7 較能顯現小尺度的風場增量，且較符合雷達實際觀測位置，CV5 則在雷達遠處有過度的極大值。

variables in limited-area high-resolution variational data assimilation. *Mon. Wea. Rev.*, submitted.

#### 四、結論

背景誤差結構及單點測試結果均顯示以 UV 為控制變數的 CV7 較能表現風場之小尺度特性，由溫度的單點測試也可以看出，溫度及風場在 3km 解析度下的相關性並不高，因此即使 CV7 沒有透過統計資料來建立變數間平衡關係，還是能從模式積分中建立關係，且能避免變數間轉換導致丟失訊息，因此 CV7 是較適用於對流尺度之背景誤差。

未來也將使用兩種背景誤差進行個案研究，比較在梅雨個案下，兩種背景誤差對於分析及預報場的影響。

#### 五、參考文獻

Sun, J. Z., H. L. Wang, W. X. Tong, Y. Zhang, C. Y. Lin, D. M. Xu, 2014: Comparison of the impacts of momentum control

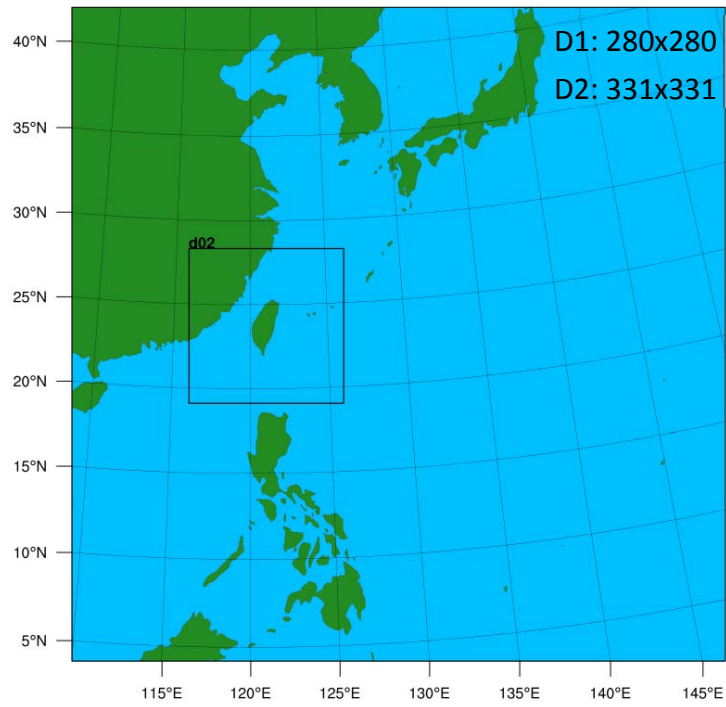


圖 1、模式的預報範圍。

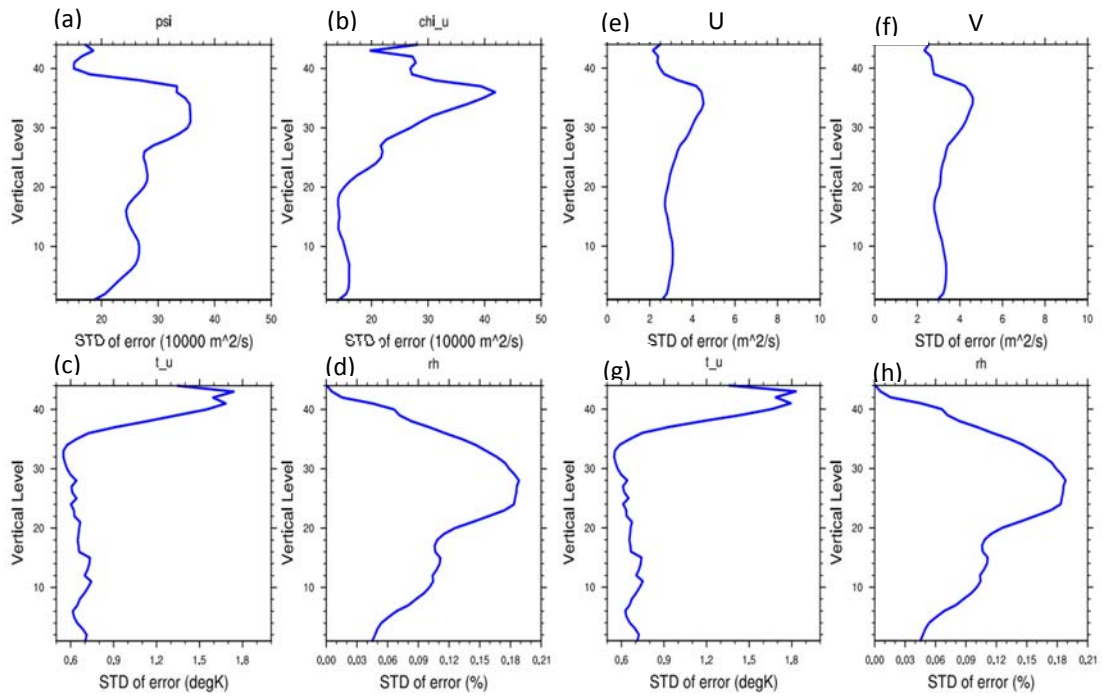


圖 2、CV5 (a)  $\psi$  (b)  $\chi$  (c) T (d) RH 及 CV7 (e) U (f) V (g) T (h) RH 標準差垂直剖面圖。

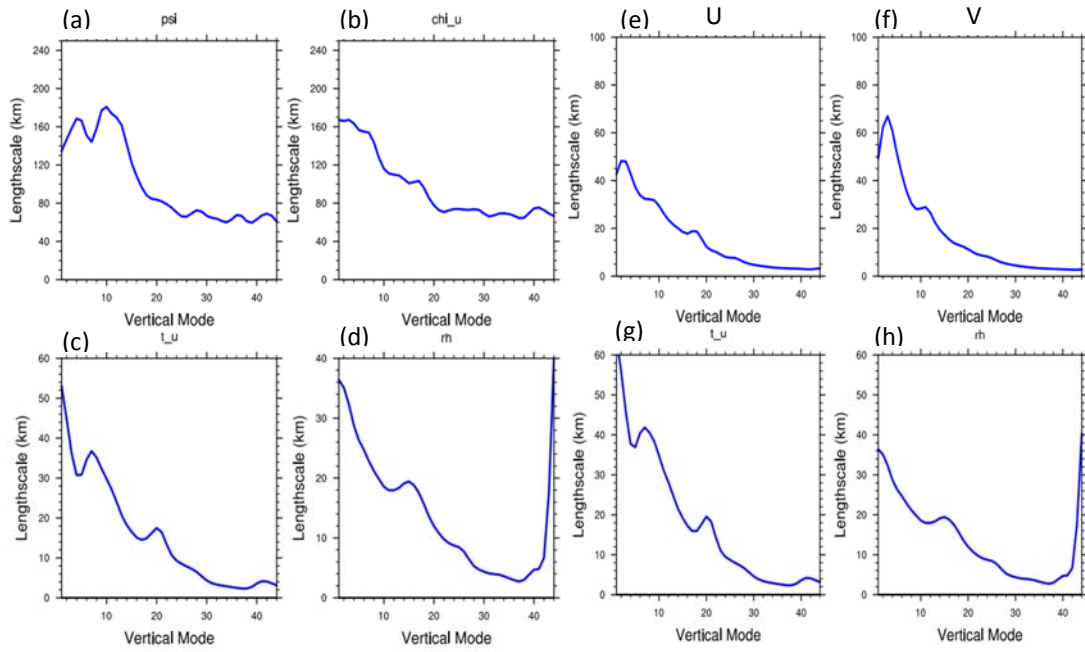


圖 3、CV5 (a)  $\psi$  (b)  $\chi$  (c) T (d) RH 及 CV7 (e) U (f) V (g) T (h) RH 長度尺度之不同波段分布圖。

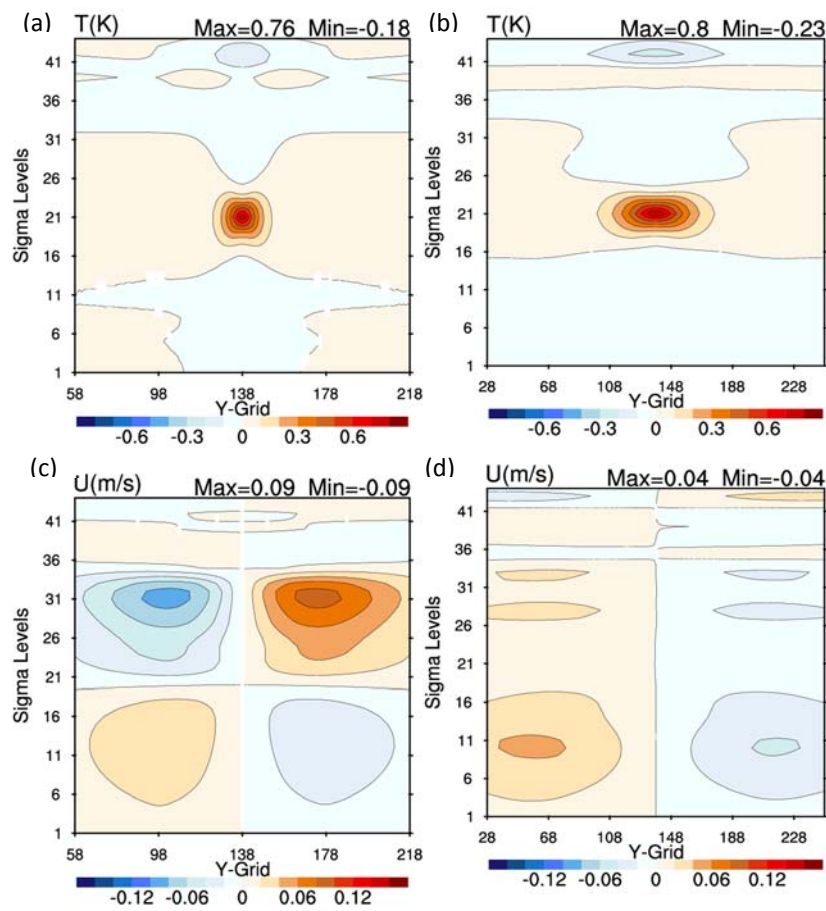


圖 4、溫度單點測試之分析增量垂直剖面圖。(a) 15 公里解析度 CV5 溫度增量 (b) 3 公里解析度 CV5 溫度增量 (c) 15 公里解析度 CV5 風場增量 (d) 3 公里解析度 CV5 風場增量

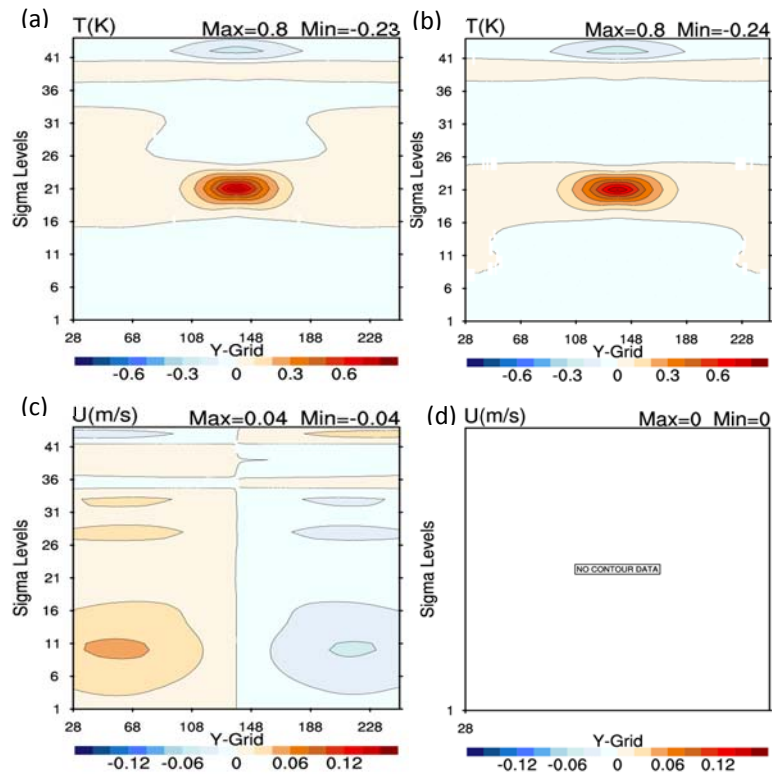


圖 5、溫度單點測試之分析增量垂直剖面圖。(a) CV5 溫度增量 (b) CV7 溫度增量 (c) CV5 風場增量 (d) CV7 風場增量

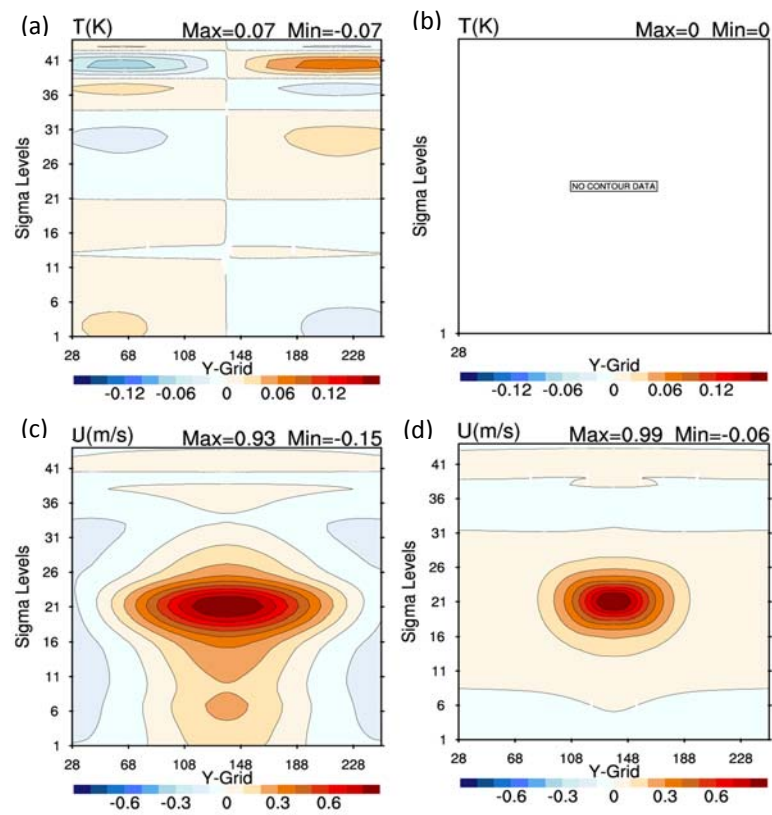


圖 6、風場單點測試之分析增量垂直剖面圖。(a) CV5 溫度增量 (b) CV7 溫度增量 (c) CV5 風場增量 (d) CV7 風場增量